Right-handed neutrinos in non-SUSY SU(5)

PTEP **2015,** 011B01
[arXiv: 1411.2769]

Takanao Tsuyuki
Niigata Univ.

Introduction

右巻きニュートリノで説明可能；

- ニュートリノ質量 (77Minkowski, 79Yanagida, et. al.)
- 物質・反物質の非対称性 (86Fukugita,Yanagida)
- 暗黒物質 (94Dodelson,Widrow)

- b-τ unification (New!)

多くの大統一理論で要請される(SU(5), SO(10),…)

Introduction: GUT

- 大統一理論の利点：パラメータの決定

電荷、ゲージ結合定数α_i、湯川結合定数

- 最も単純な模型：SU(5) (74Georgi, Glashow)

問題点：

1. ニュートリノ質量が0
2. ゲージ結合が統一しない
3. 湯川結合が統一しない

Prob. 3 Yukawa Unification

SU(5)模型では、ダウン形クォークと荷電レプトンの
質量項は共通:

$$\mathcal{L}_{\rm mass} = -y_{ij}\bar{5}^i_F 10^j_F 5^*_H + {\rm h.c.}$$

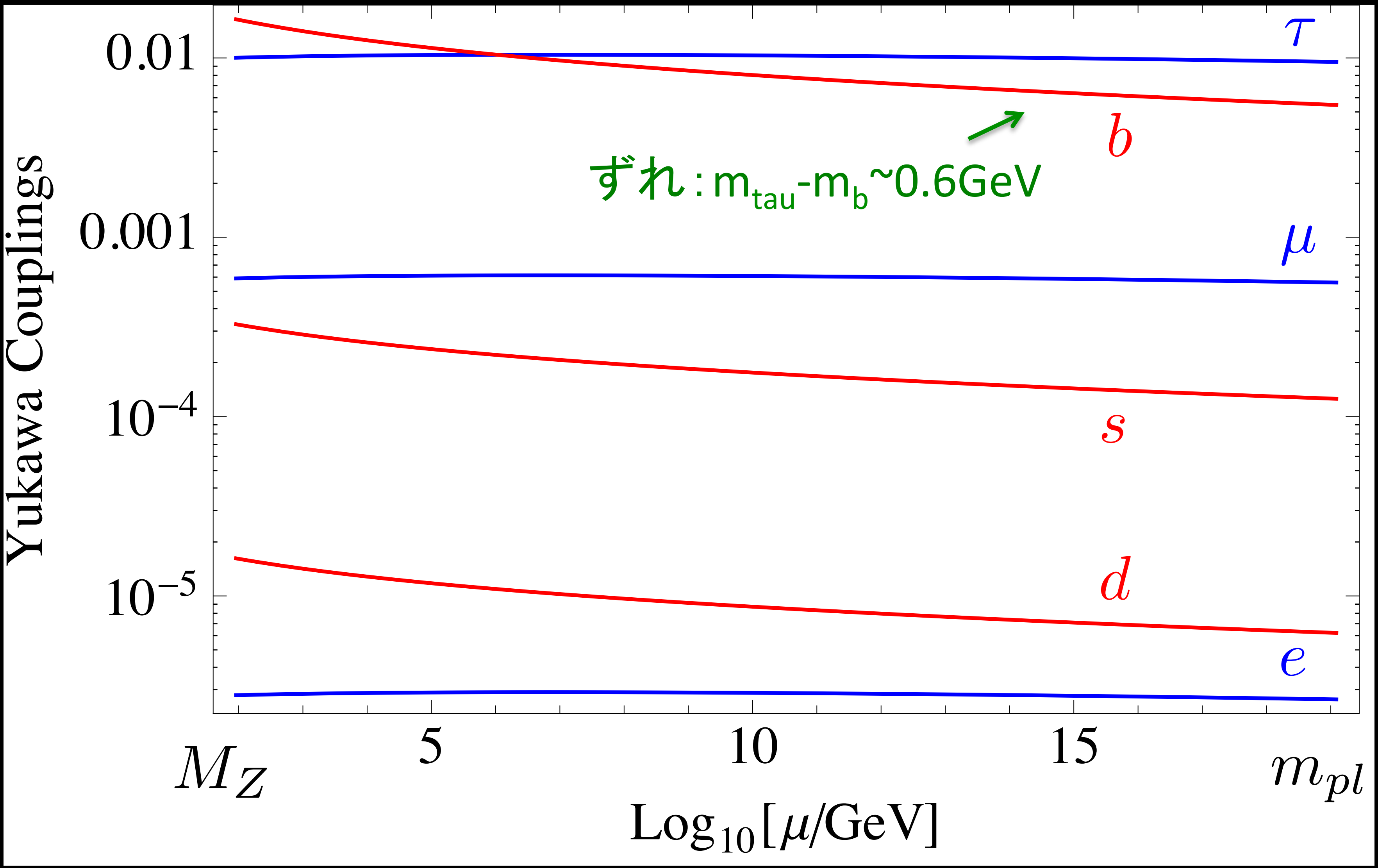
$$d_R, e_L, \nu_L \qquad u, d_L, e_R \qquad \langle 5_H \rangle \to v$$

➡GUTスケールで、湯川の固有値は一致する必要

$$y_d = y_e,\ y_s = y_\mu,\ y_b = y_\tau$$

実際に繰込み群で走らせると、統一しない😢

標準模型での湯川の発展 (全て1-loop)



解決策:高次元項を導入(79Ellis,Gaillard)

$$\frac{y'_{ij}}{\Lambda}\bar{5}^i_F 24_H 10^j_F 5^*_H$$

<24_H>がSU(5)を破る $\langle 24_H\rangle \propto \mathrm{Diag}[\frac{1}{3},\frac{1}{3},\frac{1}{3},-\frac{1}{2},-\frac{1}{2}]$

質量のずれ: $|y_d - y_e|v \lesssim \frac{M_G}{\Lambda}v \sim 0.1\ \mathrm{GeV}$

$(M_G = 10^{15.5}\mathrm{GeV}, \Lambda = 10^{18.5}\mathrm{GeV})$

第一、二世代はOK

第三世代のずれ~0.6GeVを説明するには小さい

別の方法を考えたい

Solution: SU(5) Adjoint Fermions

フェルミオン場24_Fを導入する(2世代以上必要)
SU(5)の3つの問題が同時に解決できる

(1,2: 05 Bajc,Senjanovic)

1. ニュートリノ質量

$$24_F = (1,1,0) + (1,3,0) + (8,1,0) + \dots$$

ν_R

$(SU(3), SU(2), U(1))$

3. bとτ Yukawaの統一

$$y_b = y_\tau$$

2. ゲージ結合の統一

$$\alpha_1 = \alpha_2 = \alpha_3$$

(14 TT)

1. Neutrino Mass

24_Fによってニュートリノ質量項が書ける:

$$\underbrace{y\bar{5}_F 24_F 5_H}_{\text{Dirac質量}} + \underbrace{m\,\mathrm{tr}[24_F^2] + \lambda\,\mathrm{tr}[24_F^2 24_H]}_{\text{Majorana質量}} + \frac{\mathcal{O}_5}{\Lambda}$$

Seesawの条件を仮定: $|yv| \ll |m|, |\lambda M_G|$

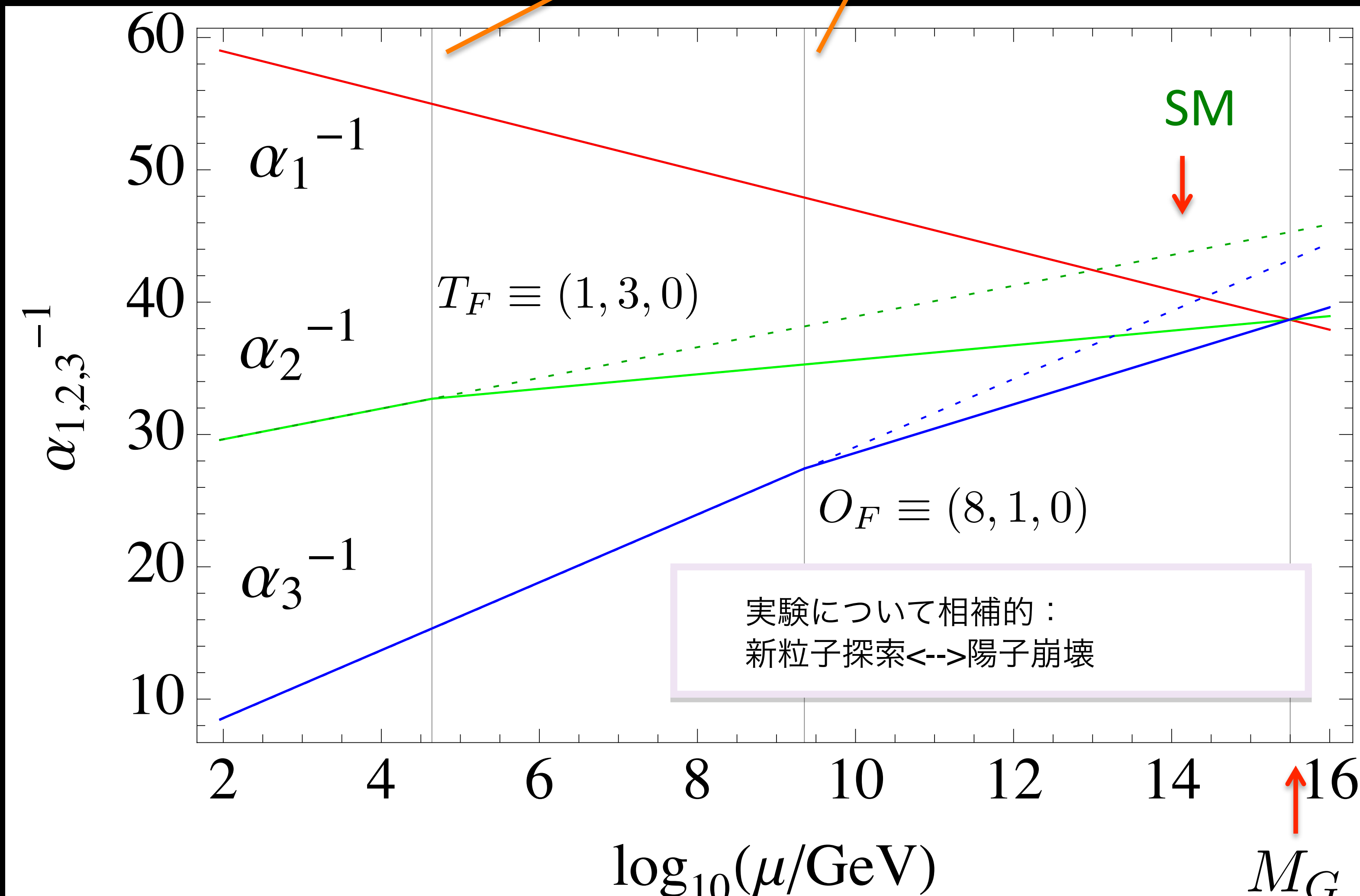
➡ニュートリノ質量(Type I+III seesaw):

$$m_\nu = -v^2\left(y_T^T M_T^{-1} y_T + y_\nu^T M_N^{-1} y_\nu\right)$$

2.Gauge Unif.

$$(m_{T_F}^4 m_{T_H})^{1/5} = 4.37 \times 10^4 \mathrm{GeV} \left(\frac{10^{15.5}\mathrm{GeV}}{M_G}\right)^{\frac{84}{25}},$$

$$m_{O_F} = 2.25 \times 10^9 \mathrm{GeV} \left(\frac{10^{15.5}\mathrm{GeV}}{M_G}\right)^{\frac{91}{20}}.$$



3. Yukawa Unification

右巻きニュートリノによって

湯川結合のくりこみ群方程式が変わる

仮定:

- ν_Rの質量は縮退: $M_1 = \cdots = M_{N_g} \equiv M_N$
- ν_τの湯川が大きい: $|Y_{\nu I e}|, |Y_{\nu I \mu}| \ll |Y_{\nu I \tau}|$
- 〃 の大きさは全て等しい:

$$|Y_{\nu 1 \tau}| = \cdots = |Y_{\nu N_g \tau}| \equiv y_\nu$$

μ<M_N:繰込み群はSMと同じ

$$16\pi^2 \frac{dy_t}{dt} = y_t \left(\frac{3}{2} y_t^2 - \frac{3}{2} y_b^2 + T - \frac{17}{20} g_1^2 - \frac{9}{4} g_2^2 - 8 g_3^2 \right),$$

$$16\pi^2 \frac{dy_b}{dt} = y_b \left(\frac{3}{2} y_b^2 - \frac{3}{2} y_t^2 + T - \frac{1}{4} g_1^2 - \frac{9}{4} g_2^2 - 8 g_3^2 \right),$$

$$16\pi^2 \frac{dy_\tau}{dt} = y_\tau \left(\frac{3}{2} y_\tau^2 + T - \frac{9}{4} g_1^2 - \frac{9}{4} g_2^2 \right),$$

$$T \equiv 3y_t^2 + 3y_b^2 + y_\tau^2 \qquad t \equiv \ln(\mu / M_Z)$$

$\mu > M_N$: ν_Rが寄与

$$16\pi^2 \frac{dy_t}{dt} = y_t \left(\frac{3}{2} y_t^2 - \frac{3}{2} y_b^2 + T - \frac{17}{20} g_1^2 - \frac{9}{4} g_2^2 - 8 g_3^2 \right),$$

$$16\pi^2 \frac{dy_b}{dt} = y_b \left(\frac{3}{2} y_b^2 - \frac{3}{2} y_t^2 + \underline{T} - \frac{1}{4} g_1^2 - \frac{9}{4} g_2^2 - 8 g_3^2 \right),$$

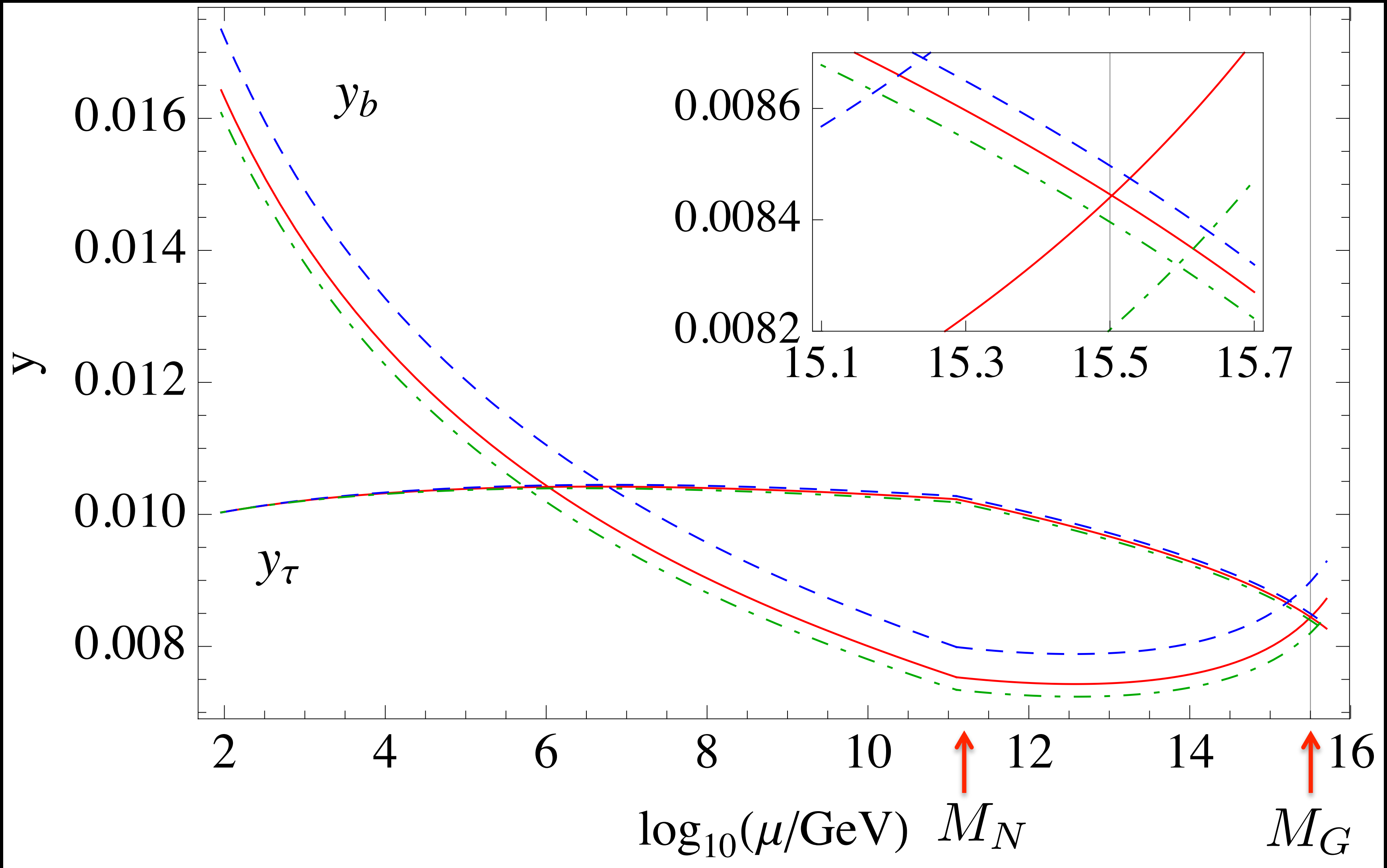
$$16\pi^2 \frac{dy_\tau}{dt} = y_\tau \left(\frac{3}{2} y_\tau^2 \underline{- \frac{3}{2} N_g y_\nu^2} + \underline{T} - \frac{9}{4} g_1^2 - \frac{9}{4} g_2^2 \right),$$

$$16\pi^2 \frac{dy_\nu}{dt} = y_\nu \left(\frac{3}{2} N_g y_\nu^2 - \frac{3}{2} y_\tau^2 + T - \frac{9}{20} g_1^2 - \frac{9}{4} g_2^2 \right),$$

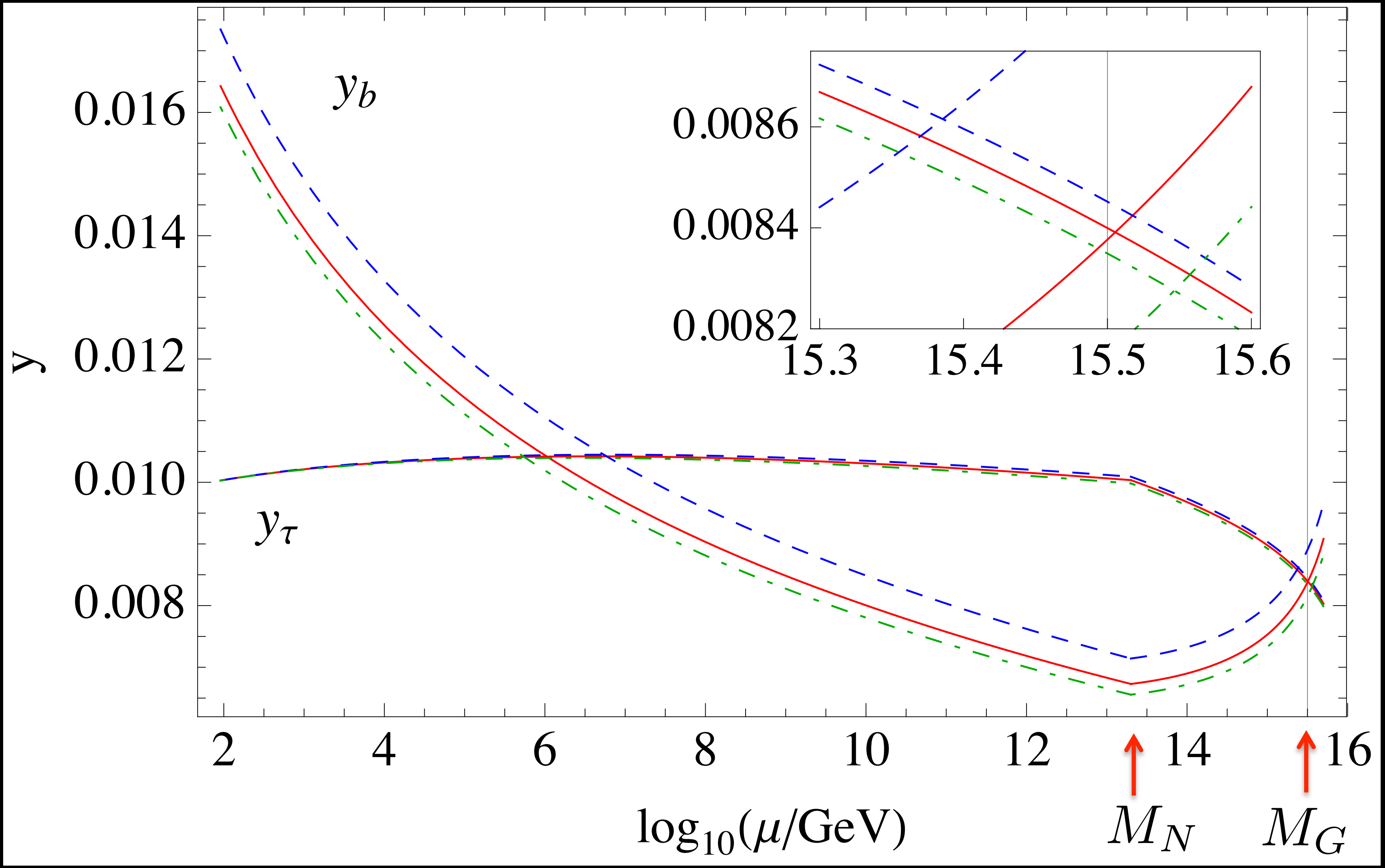
$$T \equiv 3 y_t^2 + 3 y_b^2 + y_\tau^2 + \underline{N_g y_\nu^2},$$

y_νによってy_τは小さく、y_bは大きくなる

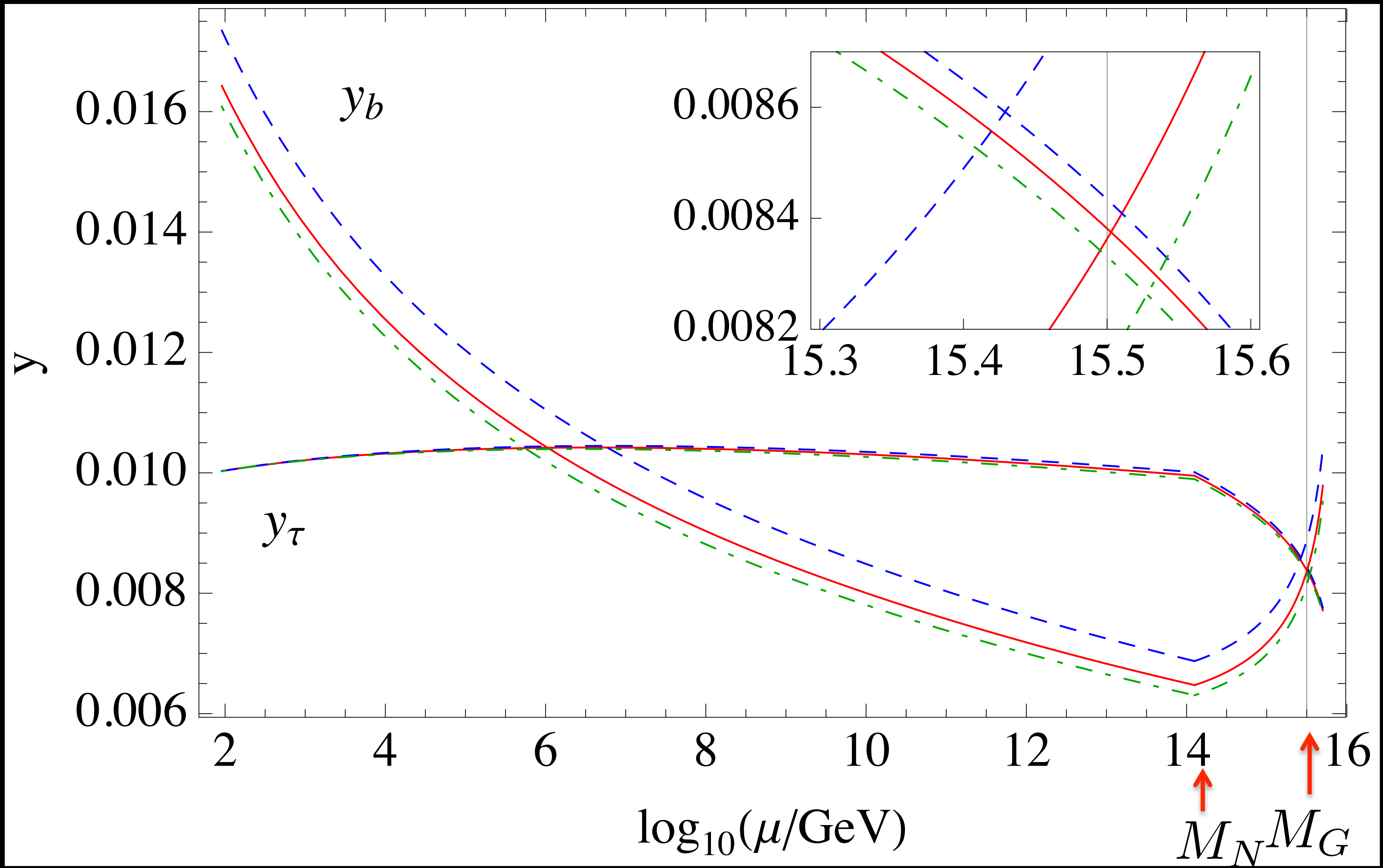
$N_g = 1, M_N = 10^{11.1}\mathrm{GeV}, y_\nu = 1.58$



$N_g = 2, M_N = 10^{13.3}\mathrm{GeV}, y_\nu = 1.58$

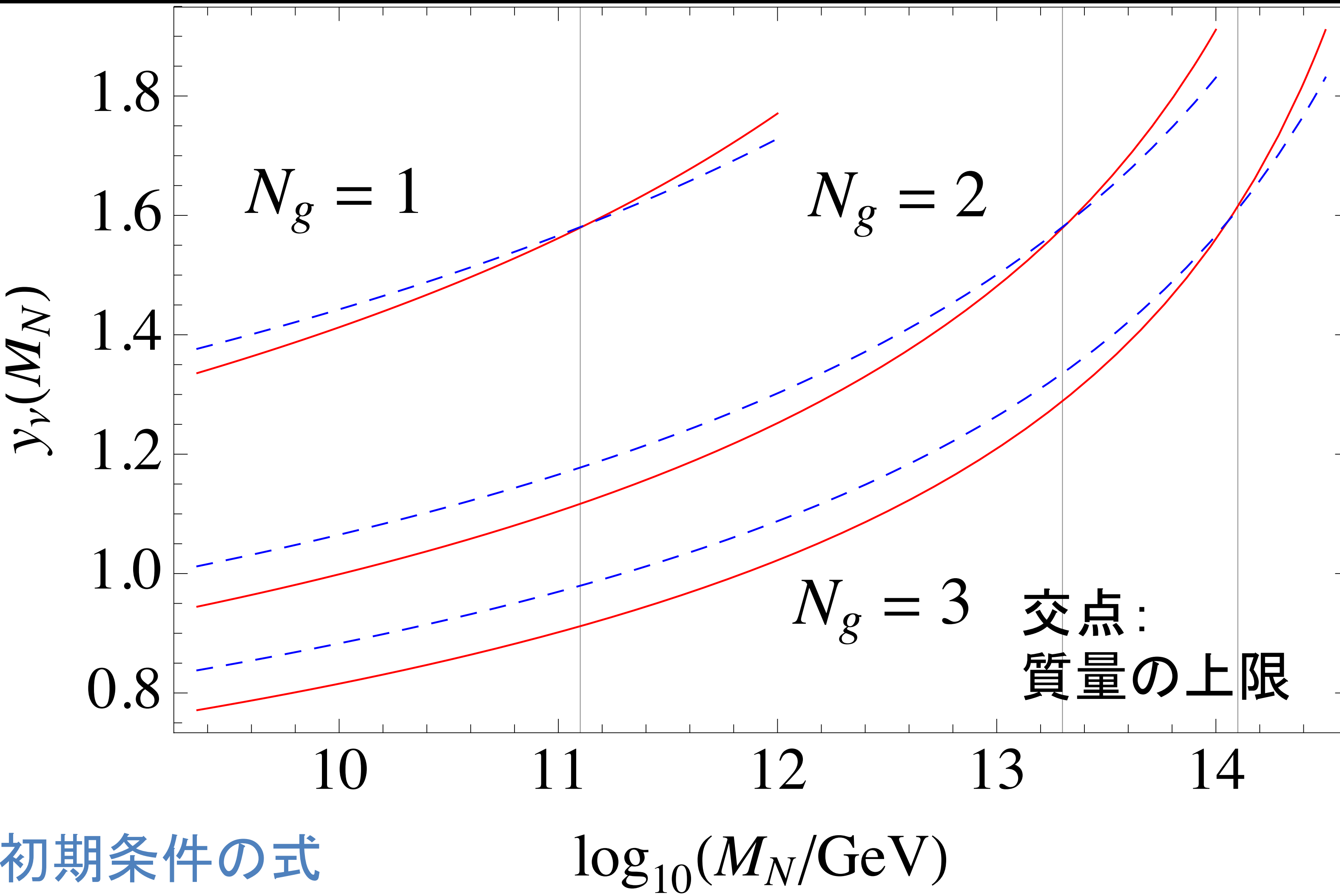


$N_g = 3, M_N = 10^{14.1}\mathrm{GeV}, y_\nu = 1.62$



b-τ unif. を実現するy_ν

破線: $y_\nu(M_G) < \sqrt{4\pi}$



初期条件の式

$$y_\nu(t_N) = \left[\frac{16\pi^2}{5N_g(t_G - t_N)}\left(1 - \left(\frac{y_b(t_N)}{y_\tau(t_N)}\right)^{\frac{10}{3}}\left(\frac{\alpha_1(t_N)}{\alpha_1(t_G)}\right)^{-\frac{71}{24b_1}}\left(\frac{\alpha_2(t_N)}{\alpha_2(t_G)}\right)^{\frac{15}{8b_2}}\left(\frac{\alpha_3(t_N)}{\alpha_3(t_G)}\right)^{\frac{40}{3b_3}}\right)\right]^{1/2}.$$

Summary

- 右巻きニュートリノによって$y_b=y_\tau$を実現できる

例：$N_g=3$, $M_N=10^{14.1}$GeV, $y_\nu=1.62$
(seesawで示唆されるスケール!)

- 右巻きニュートリノを24_Fに埋め込めば、
  non-SUSY SU(5)の3つの問題は同時に解決

(ニュートリノ質量、ゲージ結合、湯川結合）

μ=M_zでのinput

$$m_b = 2.86^{+0.16}_{-0.06}\mathrm{GeV},$$ (12 Xing,Zhang, Zhou)

$$m_\tau = 1.74617\mathrm{GeV}$$

湯川の差:
$$\begin{cases} y_d = y + \frac{1}{3}\frac{M_G}{\Lambda}y' \\ y_e = y^T - \frac{1}{2}\frac{M_G}{\Lambda}y'^T \end{cases}$$

近似式

$$16\pi^2\frac{d}{dt}\ln\frac{y_\nu y_b^2}{y_\tau^2} = \frac{11}{2}N_g y_\nu^2 + \frac{71}{20}g_1^2 - \frac{9}{4}g_2^2 - 16g_3^2.$$

$$y_\nu(t) = \left(y_\nu(t_N)^{-2} - \frac{5N_g}{16\pi^2}(t - t_N)\right)^{-1/2}.$$

- M_Nの上限とその時のy_ν

	$\log_{10}(M_N/\mathrm{GeV})$			$y_\nu(t_N)$		
N_g	Worst	Central	Best	Worst	Central	Best
($M_G = 10^{15.5}$ GeV)						
1	10.7	11.1	12.1	1.53	1.58	1.75
2	13.1	13.3	13.8	1.53	1.58	1.75
3	13.9	14.1	14.4	1.53	1.62	1.77
($M_G = 10^{16.0}$ GeV)						
1	10.4	10.9	12.0	1.43	1.49	1.64
2	13.2	13.5	14.0	1.43	1.50	1.64
3	14.1	14.3	14.7	1.42	1.49	1.66

- neutrino mass

$$m_{\nu 33} = -\frac{y_\nu (t_N)^2 v^2}{M_N} \sum_{I=1}^{N_g} e^{2i\theta_I} + m'_{\nu 33},$$

yukawaの位相θ、T_F等の寄与m_ν'

- 真空の安定性：24_Hとの結合に依存

(例、k:シングレットスカラーとHiggsの結合)

$$\beta_\lambda = 24\lambda^2 - 2(3y_t^4 + y_N^4) + 4\lambda\left(3y_t^2 + y_N^2\right) - 3\lambda\left(g'^2 + 3g^2\right) + \frac{3}{8}\left[2g^4 + (g'^2 + g^2)^2\right] + \frac{1}{2}k^2$$

ν_R：負の寄与　　スカラー：正の寄与