

# 大気中の粒子カスケード

参考資料

“Particles and Astrophysics” Maurizio Spurio

# 内容

- 導入
- 大気の構造
- ガンマ線由来の電磁シャワー
- 陽子由来のシャワー
- 核子由来のシャワー
- モンテカルロシミュレーション (MC)

# 導入

## • 空気シャワー

- 高エネルギーの1次宇宙線が大気中の原子核と相互作用したときに、大量の2次粒子を雪崩的に生成する現象.

### - 電磁シャワー

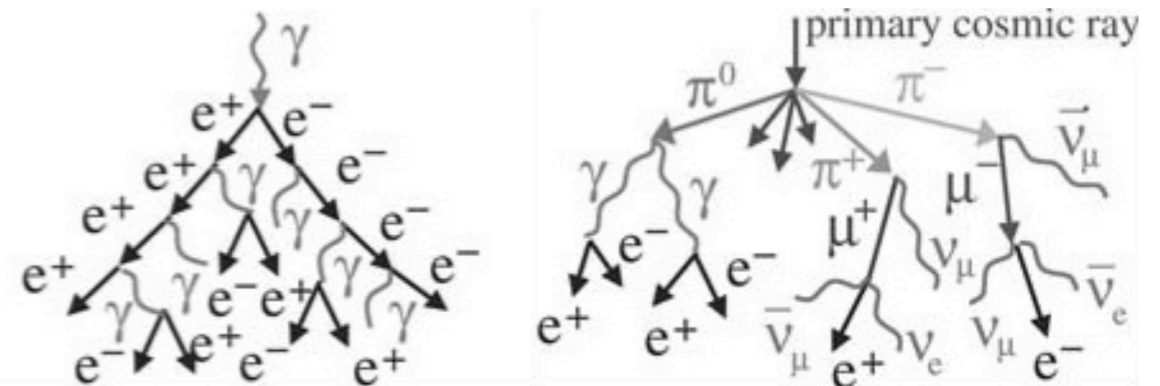
- ✓ ガンマ線由来のシャワー.
- ✓ 対生成と制動放射を繰り返してガンマ線や電子・陽電子を増殖する現象.
- ✓ ガンマ線は  $\pi^0$  の崩壊でも放出される.
- ✓ 放射長で特徴付けられる.

### - ハドロンシャワー

- ✓ 宇宙線由来のシャワー.
- ✓ 宇宙線陽子が大気中の原子核との強い相互作用を繰り返し、主に中間子を増殖する現象.
- ✓ 相互作用長で特徴付けられる.

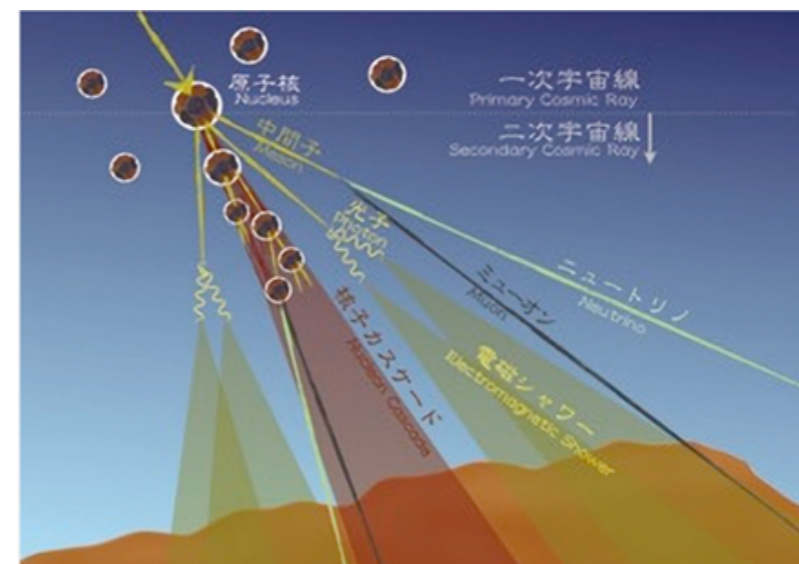
## • 宇宙線の間接観測

- 1次宇宙線は大気中の原子核と相互作用して空気シャワーを作る.
- 大気がカロリメータのような検出器の役割をするため、**大気の状態**を知ることは重要.



電磁シャワー

ハドロンシャワー



空気シャワーのイメージ

# 大気の構造

## ● 大気深度

- 高度 $h$ での大気の厚さ：

$$X_\nu = \int_h^\infty \rho(h') dh'$$

- 大気の密度は熱力学によって求まる.

$$\begin{aligned} p &= \frac{g}{S} \int_h^\infty \rho(h') S dh' \\ &= gX_\nu \end{aligned}$$

空気が理想気体とすれば状態方程式より,

$$pM = \rho k_B T$$

大気が窒素78%, 酸素21%で構成されているとすると平均原子量は,

$$\langle A \rangle \simeq 14.5$$

大気中のほとんどが二原子分子なので空気分子の質量 $M$ は,

$$M = 2m_p \langle A \rangle = 4.8 \times 10^{-23} \text{ g}$$

となる.

- 高度に対する大気深度の変化：

$$\frac{dX_\nu}{dh} = -\rho(h)$$

- 大気の温度の高度依存性：

$$T(h) = -\frac{M}{k_B} \frac{gX_\nu}{dX_\nu/dh}$$

対流圏 (10-20 km) では, 1 km上昇すると温度が**6.5 K**下がる.

# 大気構造

## ● 等温近似

- 大気中で温度の高度依存性がないと仮定し、微分方程式を解く.

$$T = - \frac{M}{k_B} \frac{gX_v}{dX_v/dh}$$

これを解けば,

$$X_v = X_v^{\text{atm}} e^{-h/h_0}$$

となる. 大気深度は

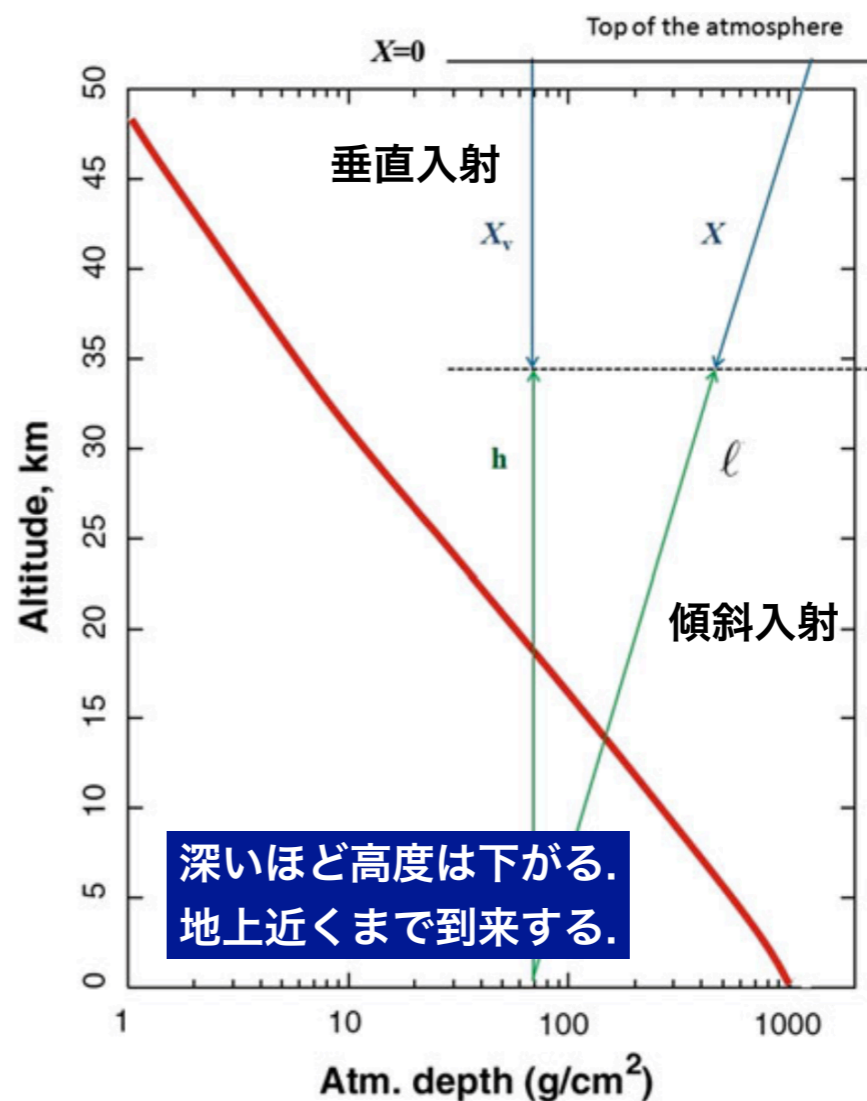
$$X_v^{\text{atm}} = 1,030 \text{ g cm}^{-2}$$

であり,  $h_0$ は次式で表せる.

$$h_0 = \frac{kT}{Mg}$$

## ● 具体例

- 地上では290 K程度 → **8.4 km**
- 宇宙線が相互作用する場所 (210-240 K) → **6-7 km**



高度と深さの関係

# 大気構造

- 宇宙線の入射方向

- 垂直入射

- 傾斜入射

地球の曲率を考慮しなければならない。

幾何学的な計算によって、

$$h = l \cos \theta + \frac{1}{2} \frac{l^2}{R_{\oplus}} \boxed{\sin^2 \theta}$$

$\theta < 60^\circ$  では、

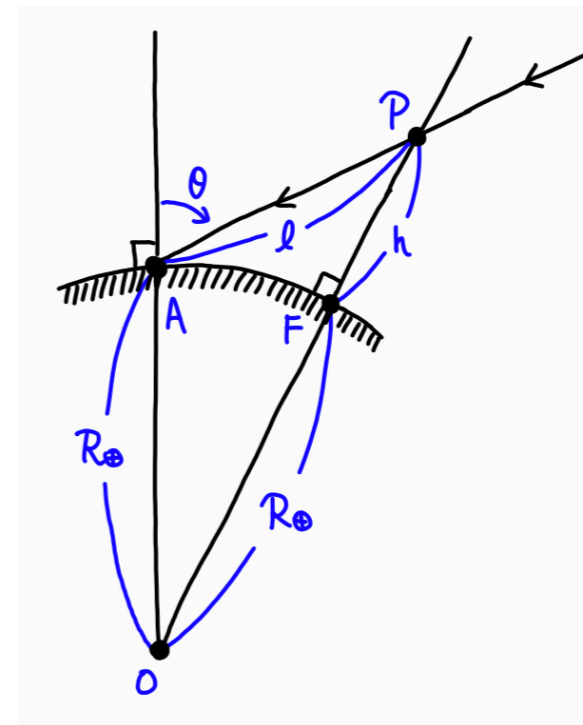
$$X \simeq X_v \cos \theta$$

$$\rho = \frac{X_v}{h_0} \simeq \frac{X \cos \theta}{h_0}$$

$\theta = 90^\circ$  では、

$$X(\theta = 90^\circ) = 36,000 \text{ g cm}^{-2}$$

となる。



$$(h + R)^2 = l^2 + R^2 - 2lR \cos(\pi - \theta)$$

$$h = -R + \sqrt{l^2 + R^2 + 2lR \cos \theta}$$

$$h = -R + R \sqrt{1 + \left( \frac{l^2}{R^2} + 2 \frac{l}{R} \cos \theta \right)}$$

$$h \simeq l \cos \theta + \frac{l^2}{2R}$$

$\sin^2 \theta$  が見つからないし、そもそも近似できるかも不安である。

# 電磁シャワー

## ● 原理

- ガンマ線の対生成によって電子・陽電子が  
でき, 電子・陽電子は制動放射で新たなガ  
ンマ線を生成する.

## ● エネルギー損失

$$-\frac{dE}{dX} \simeq \boxed{\alpha(E)} + \frac{E}{X_0}$$

励起/イオン化の寄与

## ● 放射長

- 制動放射によって, 電子のエネルギーが初期  
エネルギーの $1/e$ となる距離.
- 高エネルギー光子が対生成を起こすまでの  
平均自由行程の $7/9$ 倍となる距離.
- 空気中の放射長:

$$\boxed{X_0 \simeq 37 \text{ g cm}^{-2}}$$

覚える

## ● 臨界エネルギー

- 制動放射によるエネルギー損失量が励起/  
イオン化によるエネルギー損失量と同じに  
なるときの電子のエネルギー.
- 空気中の臨界エネルギー:

$$\boxed{E_c \simeq 86 \text{ MeV}}$$

覚える

- 電磁シャワーの内部:
  - ✓  $E > E_c$  では制動放射によるエネルギー  
損失が大きい.
  - ✓  $E < E_c$  では励起/イオン化によるエネ  
ルギー損失が大きい.

以降、電子と陽電子はまとめて電子と  
と呼ぶことにし, 議論を進める.

# 変数の定義

- $N_e^i$ 
  - $i = \gamma, p, A$ によって生じた電子数.
  - それぞれガンマ線, 陽子, 原子核を指す.
  - 例えば,  $N_e^\gamma$ であれば, ガンマ線の対生成によって生じる電子数を表す.
- $N_{e_{\max}}^i$ 
  - $i = \gamma, p, A$ によって生じた, シャワーの最大発達点における電子数.
  - **シャワーの最大発達点**: シャワーによって生成された電子数が最大となる位置.
- $X_{\max}^i$ 
  - $i = \gamma, p, A$ によって生じた, シャワーの最大発達点までの距離.



# Heitlerの樹モデル

## ● 樹モデル

- 電磁シャワーを説明すべくHeitlerによって考案されたとてもシンプルなモデル.
- 対生成が起こる条件：
  - ✓ ガンマ線のエネルギーが $2m_e$ 以上.
  - ✓ 電子と陽電子の散乱角が等しい.
- 励起/イオン化の寄与を無視：

$$-\frac{dE}{dX} \simeq \frac{E}{X_0}$$

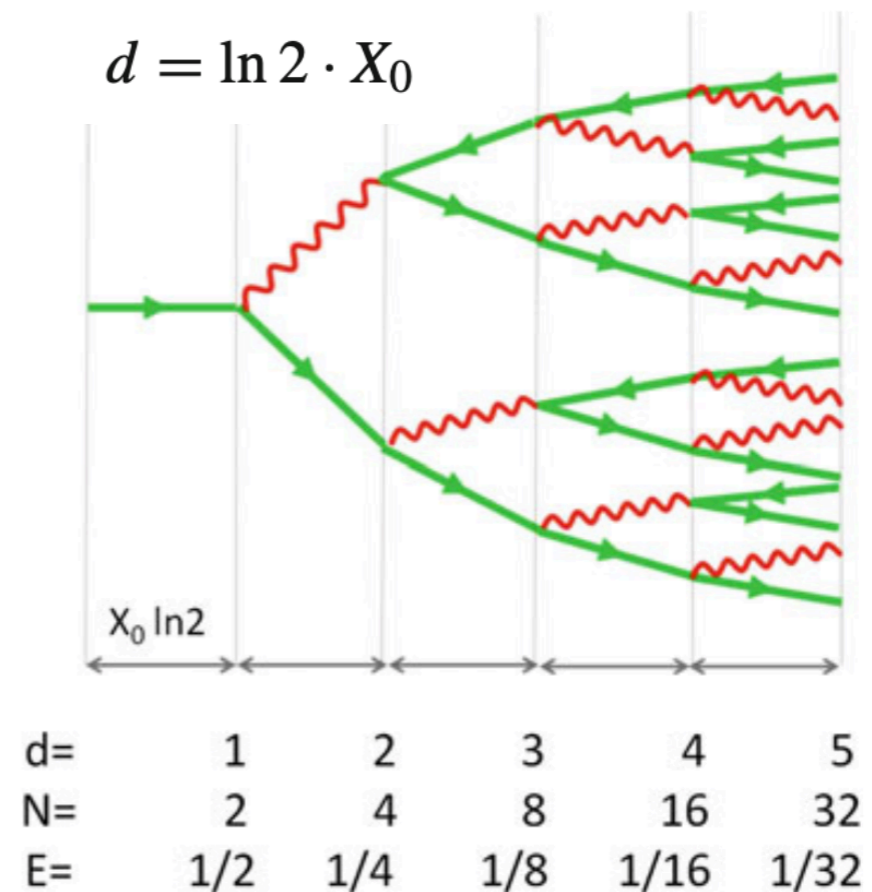
$$E(X) = E_0 e^{-X/X_0}$$

$d$ だけ進んだ時,  $X = d$ を代入して

$$\frac{E(X = d)}{E_0} = \frac{1}{2}$$

- $d$ 進んだ時, エネルギーは $1/2$ となり, 粒子数は2倍になる.
- これを $k$ 回繰り返す時,

$$E = \frac{E_0}{2^k}; N = 2^k$$



# Heitlerの樹モデル

## • 電磁シャワーの最大粒子数

- $k = k^*$ のときに  $E < E_c$  となるとする.
- 最大粒子数 :

$$E = \frac{E_0}{2^k} ; N = 2^k$$

$$N_{\max} = 2^{k^*} \simeq \frac{E_0}{E_c}$$

- 空気中の臨界エネルギーは86 MeV程度なので, これを代入する.
- 10 TeVのガンマ線であれば約 $10^5$ 個の粒子を電磁カスケードによって生成する.

## • 電磁シャワーの最大到達点

- カスケードを起こし始めるまでの距離と  $k = k^*$ となるまでに進む距離の和で書ける.
- 1回のカスケードで距離 $d$ だけ進むので, カスケードで進む距離は $k^* \cdot d$ となる.

$$d = \ln 2 \cdot X_0$$

$$X_{\max}^{\gamma} = X_f + d \cdot k^*$$

$$= \boxed{X_f} + X_0 \ln \left( \frac{E_0}{E_c} \right)$$

カスケードを起こし  
始めるまでの距離

# Heitlerの樹モデル

- 伸長率

- 最大発達点はエネルギーに依存するため、  
どれだけ依存するかを表す量が必要.

$$D_{10} \equiv \frac{dX_{\max}^{\gamma}}{d(\log_{10} E_0)} = 2.3 \frac{dX_{\max}^{\gamma}}{d(\ln E_0)}$$

底の変換公式

- 樹モデルの場合,

$$D_{10} = 2.3X_0$$

となり, 媒質中の放射長 $X_0$ に依存する.

# Greisenの解

## ● 解析解 (Analytic Solutions)

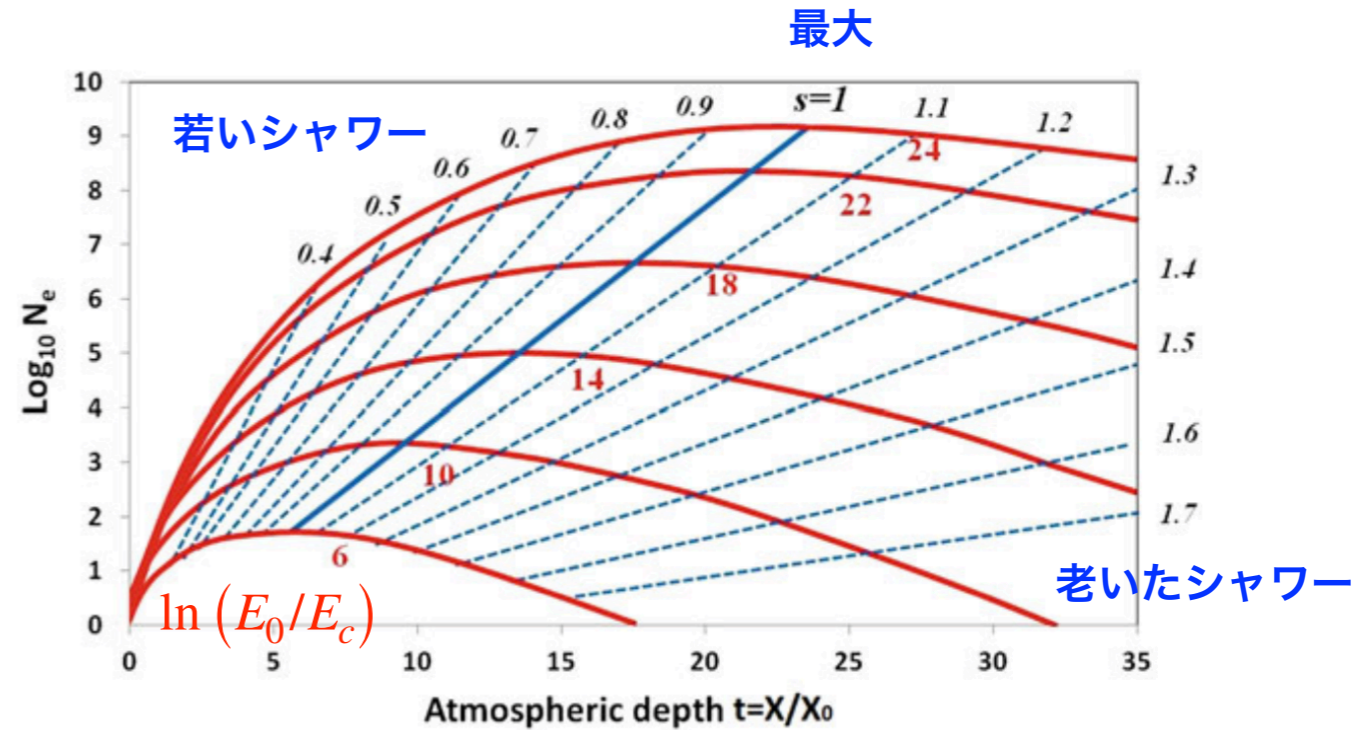
- 新たな変数を導入：
  - ✓ 無次元変数  $t = X/X_0$
  - ✓ シャワーの年齢  $s$
- Greisen (1960) により,  $N_e^\gamma$ が電磁シャワーの深度 $X$ の関数として次式で書ける.

$$N_e^\gamma(X) = \frac{0.31}{\sqrt{\ln(E_0/E_c)}} \exp\left[\left(1 - \frac{3}{2} \ln s\right) \frac{X}{X_0}\right]$$

- Greisen近似によるシャワーの年齢：

$$s \simeq \frac{3X}{X + 2X_{\max}^\gamma}$$

- ✓  $s < 1$  : 若い (hard, 緩)
- ✓  $s = 1$  : 最大発達
- ✓  $s > 1$  : 古い (soft, 急)



- 最大点では  $s = 1$  より,  $X \simeq X_{\max}^\gamma$  と言える.
- 最大発達点での電子数：

$$N_{e_{\max}}^\gamma = \frac{0.31}{\sqrt{\ln(E_0/E_c)}} \exp\left[\frac{X_{\max}^\gamma}{X_0}\right]$$

$$X_{\max}^\gamma = X_0 \ln\left(\frac{E_0}{E_c}\right) \quad \leftarrow X_f \text{ は無視}$$

$$N_{e_{\max}}^\gamma = \frac{0.31}{\sqrt{\ln(E_0/E_c)}} \left(\frac{E_0}{E_c}\right) = \frac{1}{g} \left(\frac{E_0}{E_c}\right)$$

ただし,  $g \equiv \sqrt{\ln(E_0/E_c)}/0.31$

# Greisenの解

## ● 具体例

- ガンマ線の初期エネルギーが $10^{15-18}$  eVのとき,  $g \sim 10$ なので

$$N_{e_{\max}}^{\gamma} \sim 0.1 \left( \frac{E_0}{E_c} \right) = 0.1 N_{\max}$$

$$g \equiv \sqrt{\ln(E_0/E_c)}/0.31$$

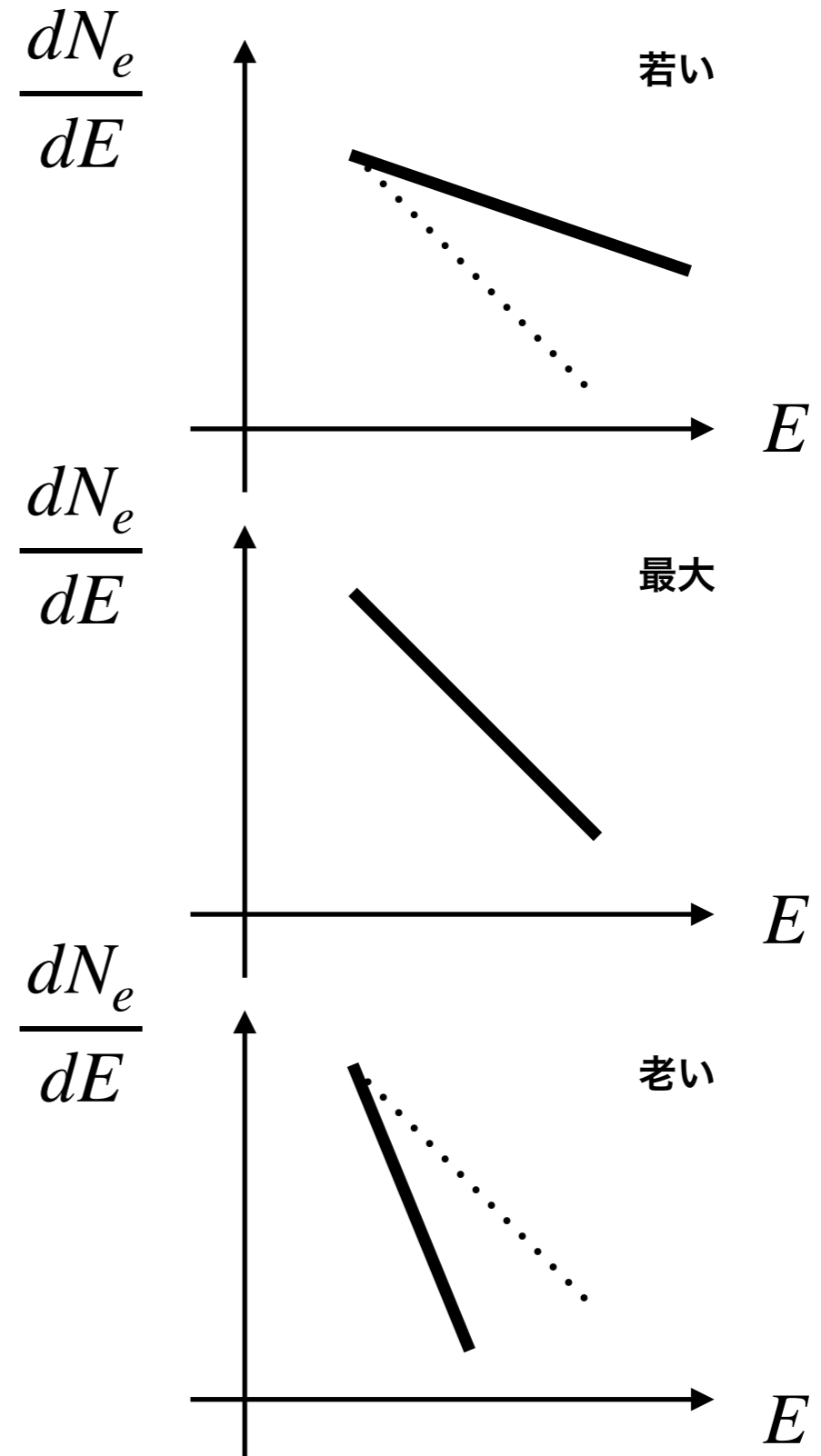
- ✓ 樹モデルの時の10%の粒子数.

## ● エネルギースペクトル

- $E > E_c$ のとき, カスケードによる2次粒子のエネルギースペクトルは冪に従う.

$$\frac{dN_e}{dE} \sim E^{-(s+1)}$$

- ✓  $s < 1$  : 若い (hard, 緩)
- ✓  $s = 1$  :  $dN_e/dE \sim E^{-2}$
- ✓  $s > 1$  : 古い (soft, 急)



# 実験的観点

## • 検出器

- あるエネルギー閾値 $E_t$ を超えた荷電粒子を測定している.
- 有効検出数:

$$N = N_e(> E_t) + \varepsilon N_\gamma$$

- ✓ 閾値を超えた電子数と光子数の和で表せるが、光子は検出器内で電子に変える必要があるので変換確率 $\varepsilon$ がかかる.

$$0 \leq \varepsilon \leq 1$$

- ✓  $\varepsilon \simeq 0$ の検出器ではシャワーで発生した電子のみを検出することになる:

$$N_{\max} = N_{e_{\max}}$$

## • NKG関数

- シャワー中心からの距離 $r$ の関数として、シャワーの横方向の粒子数分布は多重クーロン散乱で決まる.

$$\frac{dN_e}{rdrd\phi} = N_e(X) \cdot \frac{C(s)}{2\pi r_1^2} \left(\frac{r}{r_1}\right)^{s-2} \left(1 + \frac{r}{r_1}\right)^{s-4.5} \frac{\text{particles}}{\text{m}^2}$$

$$C(s) = \frac{\Gamma(4.5 - s)}{\Gamma(s)\Gamma(4.5 - 2s)} \quad ; \text{規格化定数}$$

$$r_1 = X_0 \left(\frac{E_s}{E_c}\right) \simeq 9.2 \text{ g cm}^{-2} \quad ; \text{Molière単位}$$

$$E_s = \frac{m_e c^2}{\sqrt{4\pi/\alpha}} \sim 21 \text{ MeV}$$

- Molière単位 $r_1$ を長さの次元に変えた量を **Molière半径 (エネルギーの90%が入る半径)** と呼ぶ.

$$r_M = \frac{r_1}{\rho} \quad \text{cm}$$

# Shower Feature 1-6

- **SF1** : 最大発達点での粒子数は $E_0$ に比例する.

$$N_{e_{\max}}^{\gamma} = \frac{0.31}{\sqrt{\ln(E_0/E_c)}} \left( \frac{E_0}{E_c} \right) = \frac{1}{g} \left( \frac{E_0}{E_c} \right)$$

- **SF2** : 最大発達点での大気の深さはエネルギーについて対数的に増加する.

$$X_{\max}^{\gamma} = X_f + X_0 \ln \left( \frac{E_0}{E_c} \right)$$

- **SF3** : ガンマ線由来のミューオンはとてもなく, 1次近似で $N_{\mu}^{\gamma} \simeq 0$ .

- **SF4** : 縦方向の電磁カスケードの発展は初期エネルギーと年齢で決まる.

$$N_e^{\gamma}(X) = \frac{0.31}{\sqrt{\ln(E_0/E_c)}} \exp \left[ \left( 1 - \frac{3}{2} \ln s \right) \frac{X}{X_0} \right]$$

# Shower Feature 1-6

- **SF5** : シャワー中心 ( $E > E_c$ ) のスペクトルは年齢を変数として表せる.

$$\frac{dN_e}{dE} \sim E^{-(s+1)}$$

- **SF6** : シャワー年齢を与えたNKG関数

$$\frac{dN_e}{rdrd\phi} = N_e(X) \cdot \frac{C(s)}{2\pi r_1^2} \left(\frac{r}{r_1}\right)^{s-2} \left(1 + \frac{r}{r_1}\right)^{s-4.5} \frac{\text{particles}}{\text{m}^2}$$

Molière単位で測定したシャワーの横方向の距離を代入すれば普遍関数になる.



本日ここから

# ハドロンシャワー

## • 原理

- 陽子や重核子は平均相互作用長進んだ後に大気と相互作用して核カスケードを起こす.

## • ハドロン数

- 荷電ハドロン数は入射粒子のエネルギーに比例する

$$n_{ch} \propto E_0^{0.2}$$

- 1回の相互作用した後のハドロン数は中性ハドロン ( $\pi^0$ など) と荷電ハドロン ( $\pi^\pm$ など) の和で表せる.
- 荷電ハドロン個数を  $n_{ch}$  とするとき, その半分の個数が中性ハドロン個数と等しい.

$$n_0 = 1/2 n_{ch}$$

$$\therefore n_h = n_0 + n_{ch} = 3/2 n_{ch}$$

## • エネルギー損失率

- 全エネルギーに対する相互作用による損失エネルギーの割合は次式で表せる.

$$\kappa = \frac{E_0 - \boxed{E'}}{E_0 + \boxed{M_T}}$$

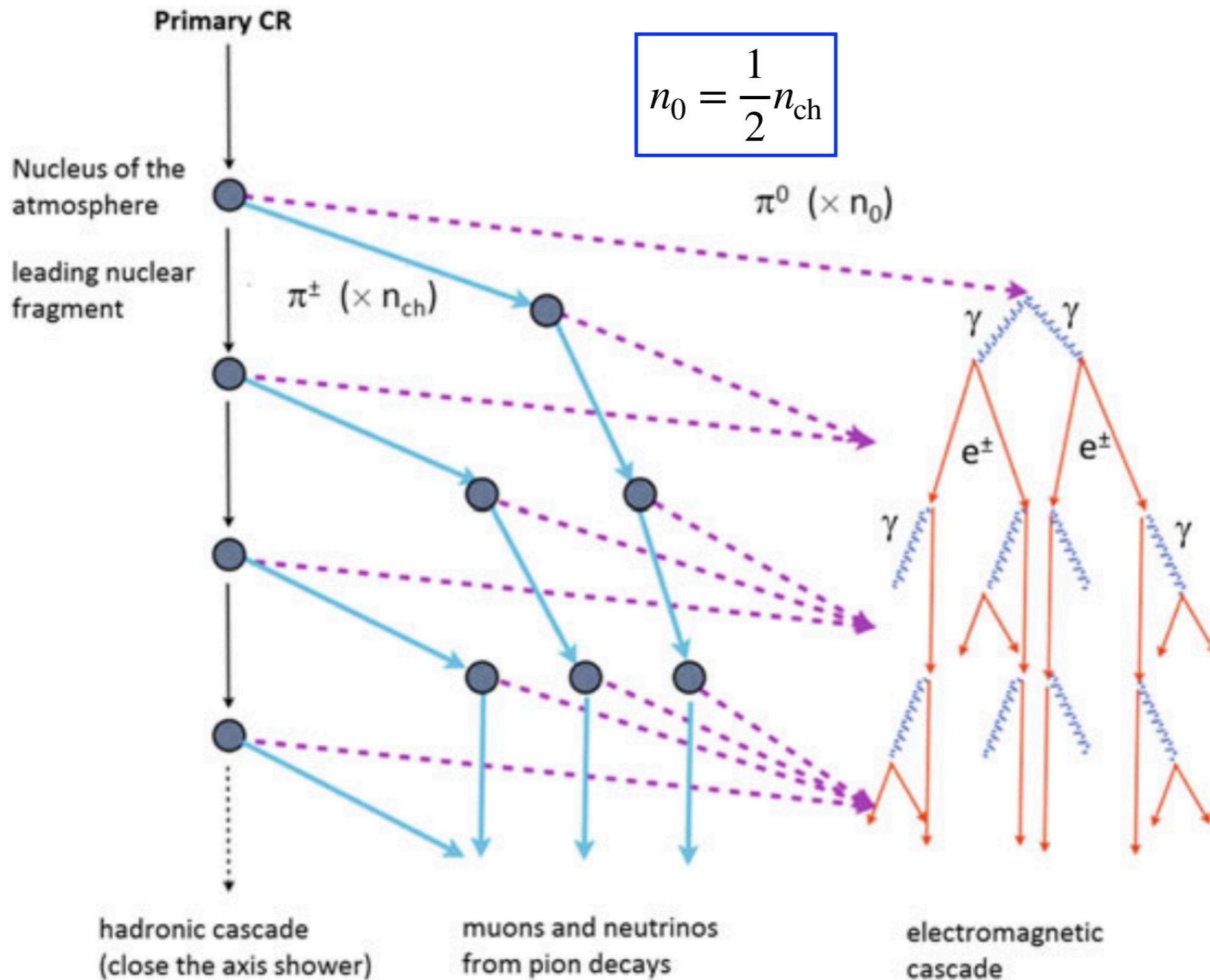
相互作用後の  
残りのエネルギー

ターゲット核子の質量

- 残りのエネルギー比は  $(1 - \kappa)$  で表せる.
- $k$ 回相互作用したとき, 比は  $(1 - \kappa)^k$  と表せる.
- これに入射粒子のエネルギーを掛けたものが残ったエネルギー量になる.

以降、ハドロンは全てパイオンであると仮定して議論を進める.

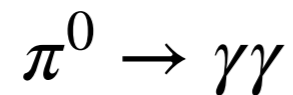
# ハドロンシャワー



# $\pi$ 中間子

## ● 中性パイオン $\pi^0$

- 崩壊してガンマ線を出す.



- 寿命  $\tau_{\pi^0} = 8.4 \times 10^{-17}$  s

- 崩壊長  $d'_{\pi^0}$

$$d'_{\pi^0} = \Gamma c \tau_{\pi^0} = \Gamma \cdot 2.5 \times 10^{-6} \text{ cm}$$

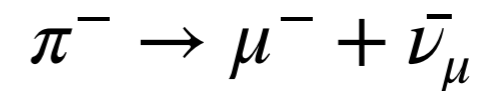
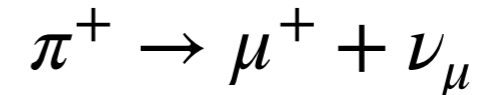
✓ 実験室系で  $\pi^0$  が進む距離.

✓  $\Gamma$  はローレンツ因子.

- 飛程  $d_{\pi^0} = \rho d'_{\pi^0}$  : 密度を掛ければ良い.

## ● 荷電パイオン $\pi^\pm$

- 崩壊



- 中性パイオンよりも長い寿命を持ち, 長い間相互作用し続ける.

- 寿命  $\tau_{\pi^\pm} = 2.6 \times 10^{-8}$  s

- 崩壊長  $d'_{\pi^\pm}$

$$d'_{\pi^\pm} = \Gamma c \tau_{\pi^\pm} = \Gamma \cdot 780 \text{ cm}$$

- 飛程  $d_{\pi^\pm} = \rho d'_{\pi^\pm}$

$\lambda_I^\pi \simeq 120 \text{ g cm}^{-2}$ なので崩壊するか相互作用するかは崩壊長と相互作用長の大小で決まる

# 荷電パイオン

## • 相互作用と崩壊

- 高エネルギー荷電パイオンは $\Gamma$ が大きいので $d_{\pi^\pm} > \lambda_I^\pi$ となり、**相互作用**する。
  - ✓ 崩壊する前に相互作用長に達する。
- 低エネルギー荷電パイオンは $\Gamma$ が小さいので $d_{\pi^\pm} < \lambda_I^\pi$ となり、**崩壊**する。
  - ✓ 相互作用する前に崩壊してしまう。

崩壊と相互作用の確率は  
大気中の密度に依存する。

**相互作用と崩壊の境界となる  
エネルギーは？**

## • 相互作用と崩壊の境界

- エネルギー閾値となる。
- 閾値よりも高いと相互作用, 低いと崩壊。
- 閾値は境界条件として

$$d_{\pi^\pm} = \lambda_I^\pi$$

を解けば良い。

$$\lambda_I^\pi = d_{\pi^\pm} = \rho d'_{\pi^\pm}$$

$$= \Gamma c \tau_{\pi^\pm} \rho$$

$$\Gamma = \frac{E_{\text{dec}}^\pi}{m_\pi c^2}$$

$$\therefore E_{\text{dec}}^\pi = \frac{\lambda_I^\pi m_\pi c^2}{c \tau_{\pi^\pm} \rho}$$

$\rho \simeq 10^{-3} \text{ g cm}^{-2}$ を用いれば,  $E_{\text{dec}}^\pi \simeq 20 \text{ GeV}$ .

# ハドロン相互作用

## • エネルギー

- パイオンは, 1回の相互作用で2つの荷電パイオンと1つの中性パイオンに崩壊する.
- 1回あたり荷電パイオンのエネルギーは2/3倍されるので,  $k$ 回後のエネルギーは

$$E_h = \left(\frac{2}{3}\right)^k E_0$$

- 中性パイオンのエネルギーは

$$E_{EM} = E_0 - E_h$$

- ハドロン数が $n_h$ のとき,  $k$ 回相互作用後のハドロン数は $n_h^k$ なのでハドロン1個あたりのエネルギーは

$$E = \frac{E_0}{n_h^k}$$

## • 相互作用と崩壊の境界

- $k = k^*$ のときに $E_{\text{dec}}^\pi$ になるとする.

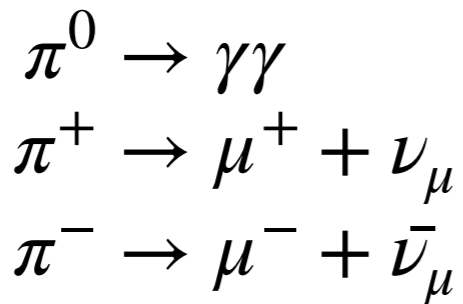
$$E_{\text{dec}}^\pi = \frac{E_0}{(n_h)^{k^*}}$$

$$k^* = \frac{\ln(E_0/E_{\text{dec}}^\pi)}{\ln n_h}$$

- $10^{15-18}$  eVでは,  $k^* = 4 \sim 6$   
ただし,  $E_{\text{dec}}^\pi \simeq 20$  GeV.

# ハドロンシャワー

## • パイオンの崩壊



- ハドロンシャワーは**電磁シャワー**と**ミューオン**で構成される.
- 入射粒子のエネルギーはミューオンと電子に等分配されたとする.
  - ✓ ミューオンの数:  $N_\mu^p$
  - ✓ 電子の数:  $N_{\max}^p$

$$E_0 = \boxed{N_\mu^p E_{\text{dec}}^\pi} + N_{\max}^p E_c$$

ハドロンエネルギー

相互作用が終わった瞬間を考えている.  
電子とパイオンは臨界エネルギーを持つ.

(4.19) より

$$N_{e_{\max}}^p = \frac{1}{g} N_{\max}^p$$

であるので,

$$E_0 = gE_c \left( N_{e_{\max}}^p + \frac{E_{\text{dec}}^\pi}{gE_c} N_\mu^p \right)$$

$$\sim 0.85[\text{GeV}] (N_{e_{\max}}^p + 24N_\mu^p)$$

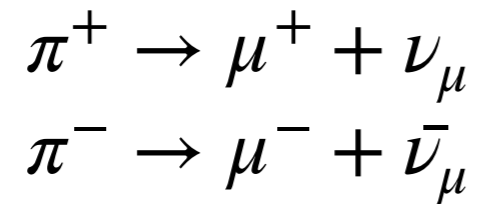
となる.

電子とミューオンの数を測定すれば入射エネルギーは求めることができる.

# ミューオン成分

- 生成機構

- 荷電パイオンの崩壊：



- 相互作用後のミューオンの粒子数

- $k^*$ 回相互作用して  $E_{\text{dec}}^\pi$  となったとき、

$$N_\mu^p = N_\pi^p = (n_{\text{ch}})^{k^*}$$

$$k^* = \frac{\ln(E_0/E_{\text{dec}}^\pi)}{\ln n_h} \quad \beta$$

$$\ln N_\mu^p = k^* \ln n_{\text{ch}} = \ln\left(\frac{E_0}{E_{\text{dec}}^\pi}\right) \cdot \frac{\ln n_{\text{ch}}}{\ln n_h}$$

$$N_\mu^p = \left(\frac{E_0}{E_{\text{dec}}^\pi}\right)^\beta$$

- エネルギー

- ハドロンのエネルギー：

$$E_h = N_\pi^p E_{\text{dec}}^\pi = N_\mu^p E_{\text{dec}}^\mu$$

- それぞれの正負ミューオンに対する平均的なエネルギーは

$$E_\mu = \frac{1}{2} E_{\text{dec}}^\pi \sim 10 \text{ GeV}$$

$\sim 20 \text{ GeV}$

- 崩壊長

$$d'_\mu = \Gamma \cdot c \cdot \tau_\mu = \Gamma \cdot 0.66 \text{ km}$$

1 GeVミューオンの20%は上空10 kmで生成され、崩壊前に地上に到来する。

→ 大気を通過できる。



# 電磁成分

- 最大発達点での電子数

- 入射エネルギーの式から推定できる.

$$E_0 = E_{EM} + E_h$$

$$E_h = N_{\pi}^p E_{dec}^{\pi} = N_{\mu}^p E_{dec}^{\mu}$$

$$\frac{E_{EM}}{E_0} = \frac{E_0 - N_{\mu}^p E_{dec}^{\pi}}{E_0} = 1 - \left( \frac{E_0}{E_{dec}^{\pi}} \right)^{\beta-1}$$

- 1つの中性パイオンから独立な電磁シャワーが $n_0$ 個出るとする.

✓ エネルギーは $E_0 \rightarrow E_0/n_h$

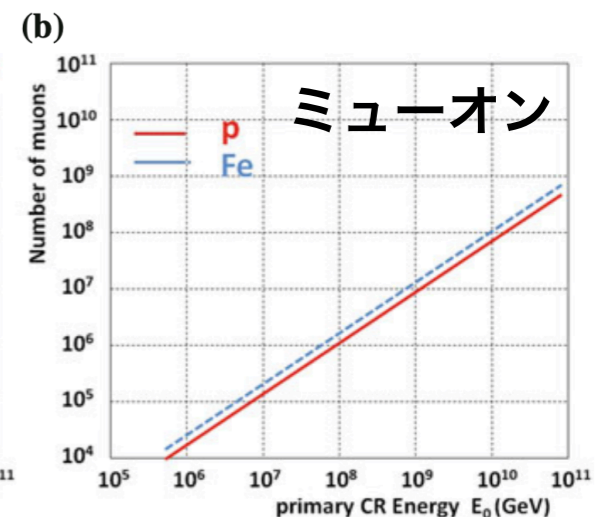
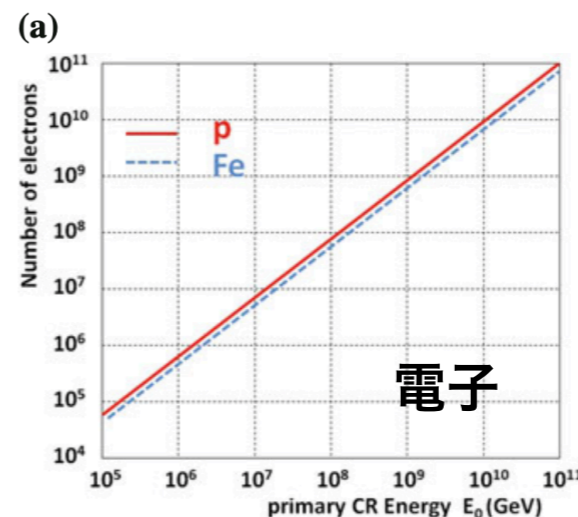
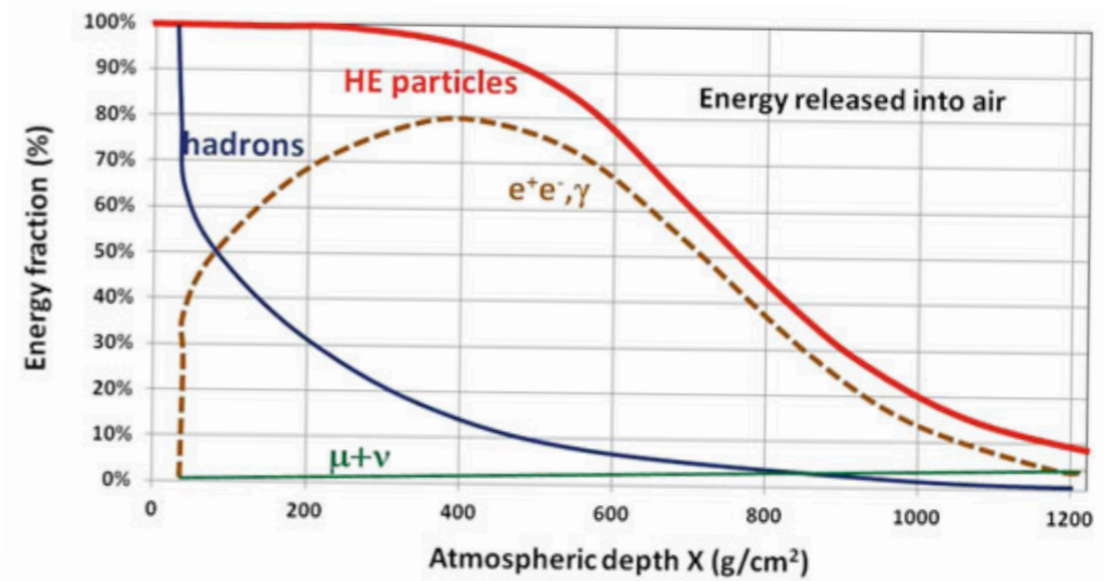
✓ シャワーは $n_0$ 個生成される.

$$\begin{aligned} N_{e_{max}}^p &= n_0 \cdot \frac{1}{g} \left( \frac{E_0/n_h}{E_c} \right) \\ &= \left( \frac{E_0}{3gE_c} \right) = 4 \times 10^5 \left( \frac{E_0}{\text{PeV}} \right) \end{aligned}$$

$$g = 10, E_c = 86 \text{ MeV}$$

- 荷電パイオン $\rightarrow$ ミューオン $\rightarrow$ 電子による寄与などを考えると,

$$N_{e_{max}}^p = 6 \times 10^5 \left( \frac{E_0}{\text{PeV}} \right)^{1.046}$$



# Shower Feature 7-8

- **SF7** : 大気シャワー中のミュオン数がリニアに増加し, 入射粒子のエネルギーが大きいかほど生成されるミュオンも多くなる.

$$N_{\mu}^p = \left( \frac{E_0}{E_{\text{dec}}^{\pi}} \right)^{\beta}$$

- **SF8** : 電子数とミュオン数が決まれば入射粒子のエネルギーが分かる.

$$E_0 = gE_c \left( N_{e_{\text{max}}}^p + \frac{E_{\text{dec}}^{\pi}}{gE_c} N_{\mu}^p \right)$$
$$\sim 0.85[\text{GeV}] (N_{e_{\text{max}}}^p + 24N_{\mu}^p)$$

電磁シャワーの最大発達点での電子数を求めれば, 次式を逆算して入射粒子のエネルギーを求められる.

$$N_{e_{\text{max}}}^p = 6 \times 10^5 \left( \frac{E_0}{\text{PeV}} \right)^{1.046} \quad E_0 \simeq (1.5\text{GeV}) (N_{e_{\text{max}}}^p)^{0.97}$$

# 陽子由来のシャワー

## ● シャワーの違い

- 陽子由来のシャワーでも、中性パイオンの崩壊によってガンマ線が出る。
- 陽子起因のシャワーの方が相互作用長が長い。

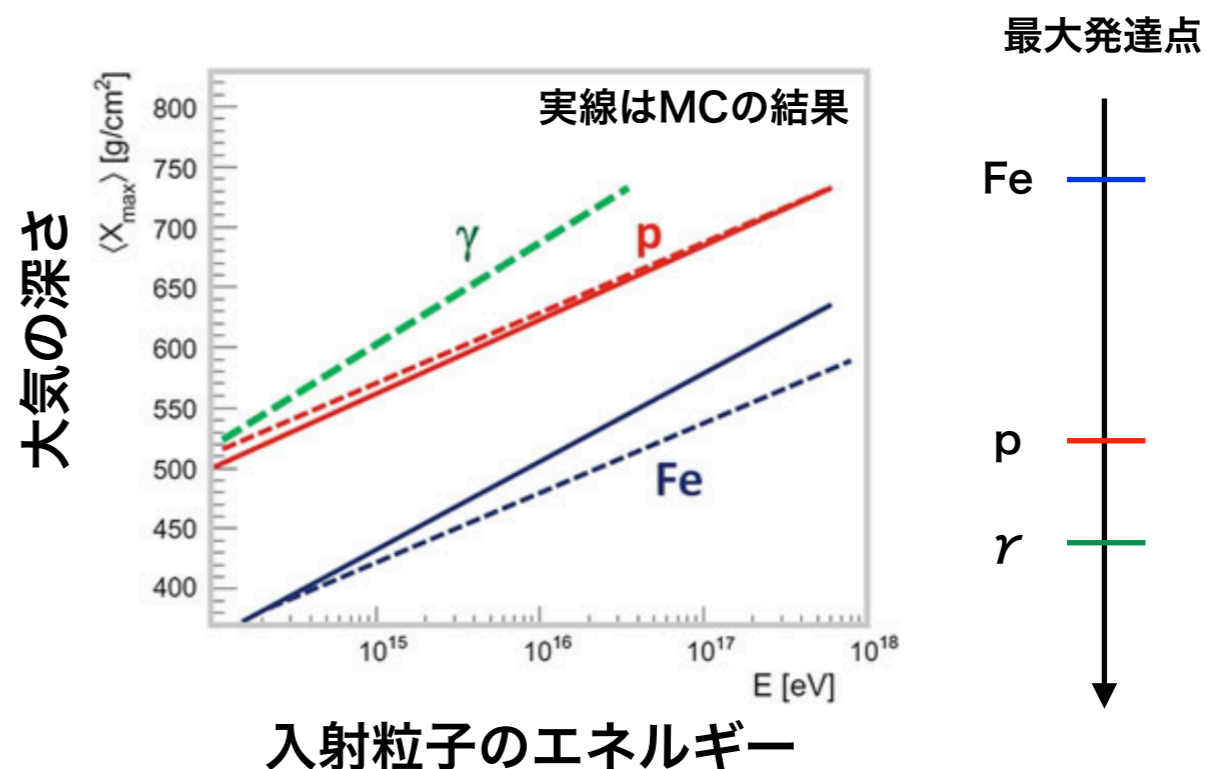
## ● パイオンの場合

- ハドロン数 $n_h$ のうち1/3が中性パイオンとなり、それらが2つのガンマ線に崩壊する。
- 中性パイオン数 $n_0$ の2倍の数のガンマ線。
- 個数の関係から $n_\gamma = 2n_h$ 。
- 各ガンマ線のエネルギーは $E_0/2n_h$ 。

$$X_{\max}^p \simeq \lambda_I + X_0 \cdot \ln\left(\frac{E_0}{2n_h E_c}\right)$$

$$X_{\max}^p = \lambda_I + X_0 \cdot \left[ \ln\left(\frac{E_0}{E_c}\right) - \ln(2n_h) \right]$$

$$\simeq 2.5X_0 + (X_{\max}^\gamma - X_0/2) - 3.4X_0$$



ここで、 $\lambda_I \simeq 2.5X_0 \sim 85 \text{ g cm}^{-2}$  である。

$$X_{\max}^\gamma = X_f + X_0 \ln\left(\frac{E_0}{E_c}\right) = \frac{X_0}{2} + X_0 \ln\left(\frac{E_0}{E_c}\right)$$

$$X_{\max}^p - X_{\max}^\gamma \simeq 1.4X_0$$

**陽子由来のシャワーの最大発達点が  
ガンマ線より $1.4X_0$ 高い。**

# 原子核由来のシャワー

- Superposition Model

- 質量数Aの核子がたくさんある.
- それらのエネルギーは $E_0/A$ で表せる.

- シャワーの特徴

- 最大発達点での電子数

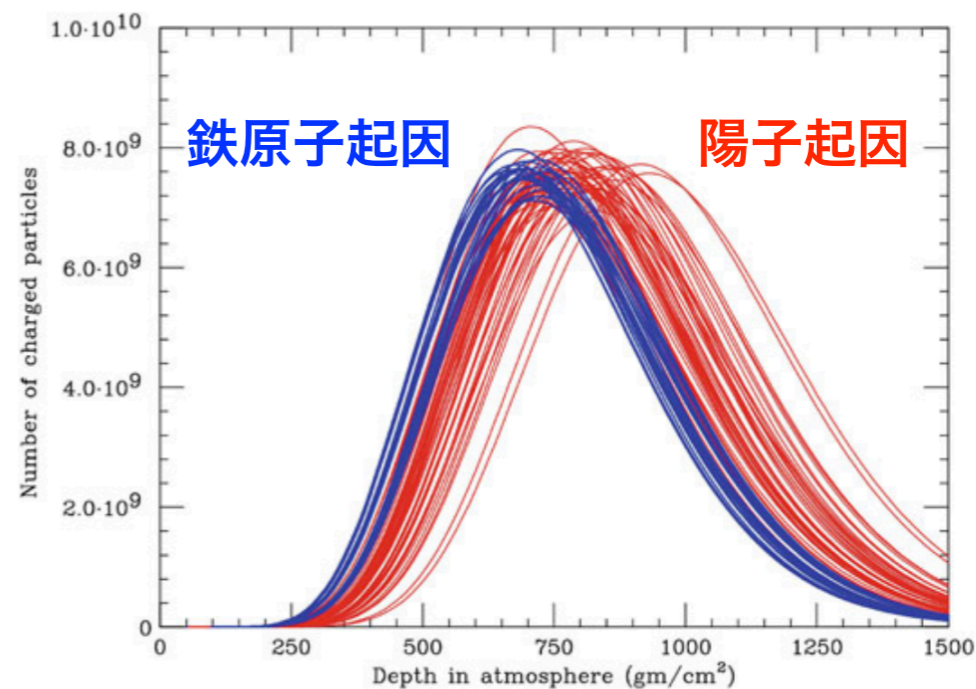
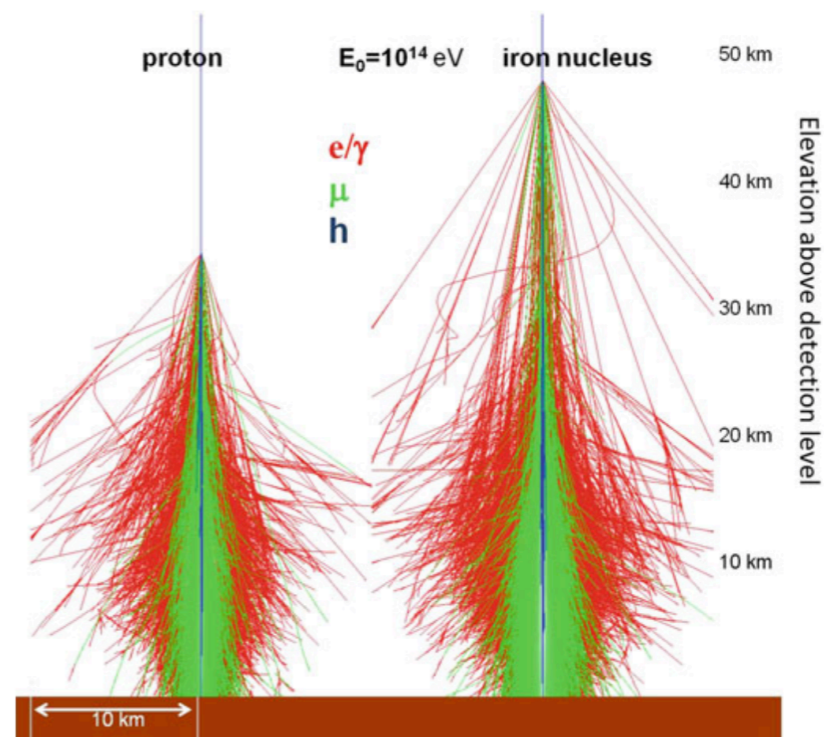
$$N_{e_{\max}}^A = A \times \left( \frac{E_0/A}{3gE_c} \right) = N_{e_{\max}}^p$$

- ミューオンの生成数

$$N_{\mu}^A \simeq A \times \left( \frac{E_0/A}{E_{\text{dec}}^{\pi}} \right)^{\beta} = A^{1-\beta} \cdot N_{\mu}^p$$

- 最大発達点

$$\begin{aligned} X_{\max}^A &\simeq \lambda_I^A + X_0 \cdot \ln \left( \frac{E_0}{2An_h E_c} \right) \\ &= X_{\max}^p - X_0 \ln A \end{aligned}$$



# Shower Feature 9-12

- **SF9** : 電磁シャワーの数は陽子や原子核によって出たカスケード数と等しい.
- **SF10** : ミューオンの数は原子数に依存する.
- **SF11** : 電磁シャワーの出る場所は陽子や原子核によるシャワーと異なる.
- **SF12** : 原子核は散乱角が大きく,
  - (i) 相互作用長が短い ;  $\lambda_I^A \sim \lambda_I/A^{2/3}$
  - (ii)  $X_{\max}^A$  の変動が陽子の場合と比べて小さい.
  - (iii) 重原子核による電磁成分の最大点の揺らぎは陽子と比べて小さい.

$$\sigma(X_{\max}^A) < \sigma(X_{\max}^p)$$



# MCシミュレーション

## • MCシミュレーションとは

- EAS実験は観測結果からシャワーを再構成することはできず, シミュレーションと観測結果の比較によって再構成するしかない.
- 電磁相互作用や弱い相互作用モデルは理解されているが, ハドロン相互作用は理解されておらず, シミュレーションの不確定性の要因になる.

## • MCの課題

- 現状のQCDの理解では非弾性断面積や2次粒子数の計算に適応することができない.
- 現在のハドロン相互作用モデルは, 基礎理論や経験的パラメータが用いられている.

ハドロン, ミュオン, 電子由来のシャワーの  
横方向と縦方向のプロファイル

## • CORSIKA

- シャワーのシミュレーションコード.
- 全ての物理過程が考慮されている:
  - ✓ 地球磁場, 電弱相互作用 など
- 用いられているハドロンモデル
  - ✓ VENUS, QGSJET, DPMJET など
- いくつかは実験結果を説明できない.

