

~~研究室干渉計の制御+~~

KAGRA稼働時に

GW150914が到来した場合の考察

第一回宇宙素粒子若手の会

秋の研究会 2016/10/30

大阪市立大学 M1 北岡佑一

モチベーション

- ・ 2016年2月にアメリカの重力波検出器LIGOから初の重力波の観測の報告が上がった。
→GW150914と名付けられた。
36M_sunと29M_sunのブラックホール連星合体
- ・ 今回はKAGRAが設計感度(デザイン感度)で動いていた場合にどのように観測されるかを見積もってみた。
- ・ 重力波検出器の方向決定や感度について勉強した。

目次

1. GW150914はLIGO_LのほうがLIGO_Hよりも約7ms早く到来した。これにより到来方向の円が書ける。
2. 重力波検出器は到来方向によって感度が異なる。これをアンテナパターン呼び、振幅がどれ位減るかわかる。
3. 実際に観測されたLIGO_LとLIGO_Hの重力波 $h(t)$ の振幅比より到来方向を見積もる。
4. KAGRAで得られるだろう重力波イベントをエクセスパワーやガウス性よりその性質を見る。

到来方向の計算

地球の中心を通るものを
重力波ベクトルとする

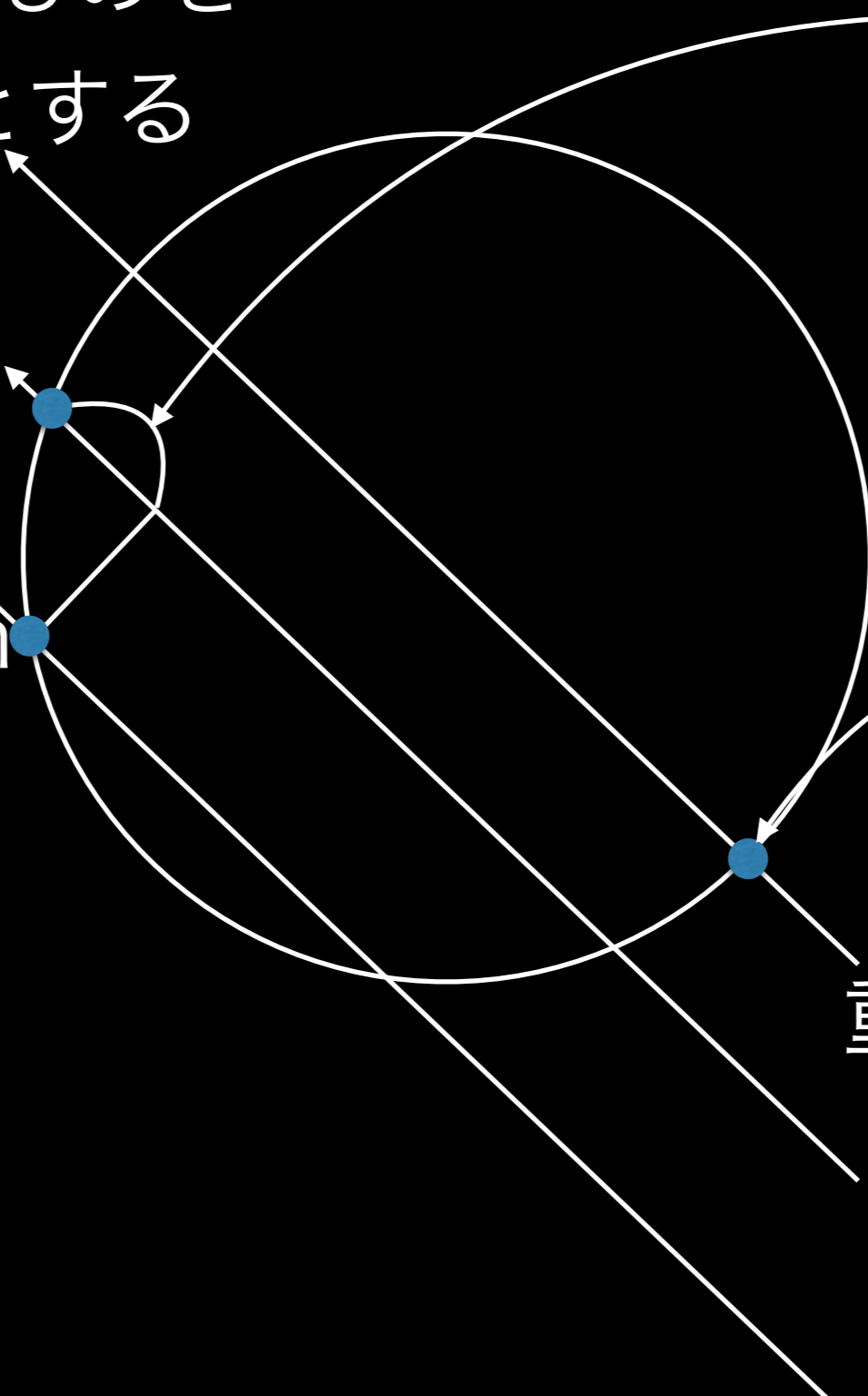
約7msの遅れ

LIGO Hanford

LIGO Livingston

この点をプロット

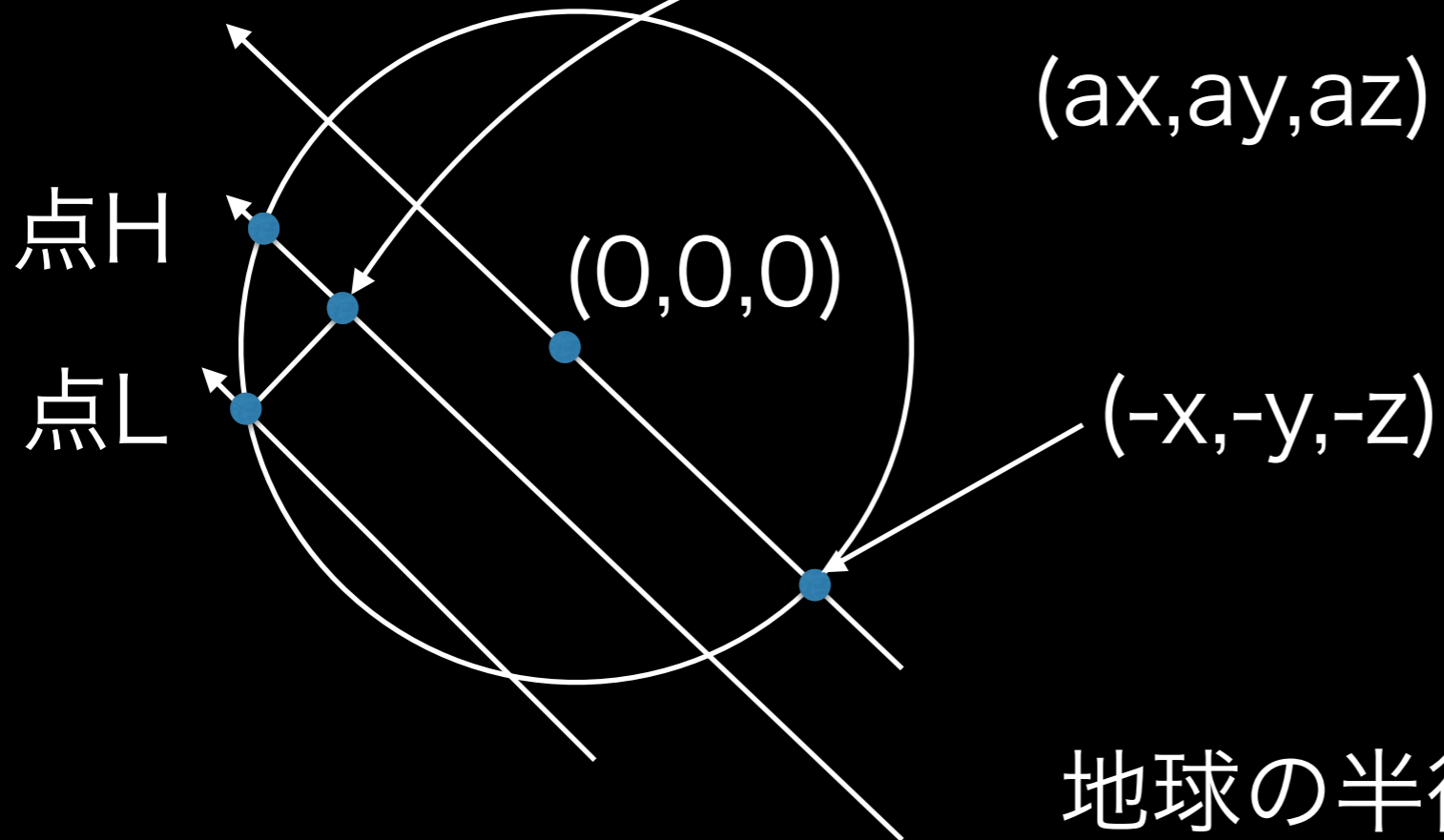
重力波入射点



重力波ベクトルを(x,y,z)とする

点H' ($x_h - ax, y_h - ay, z_h - az$)

(ax, ay, az)の絶対値が7ms×光速度

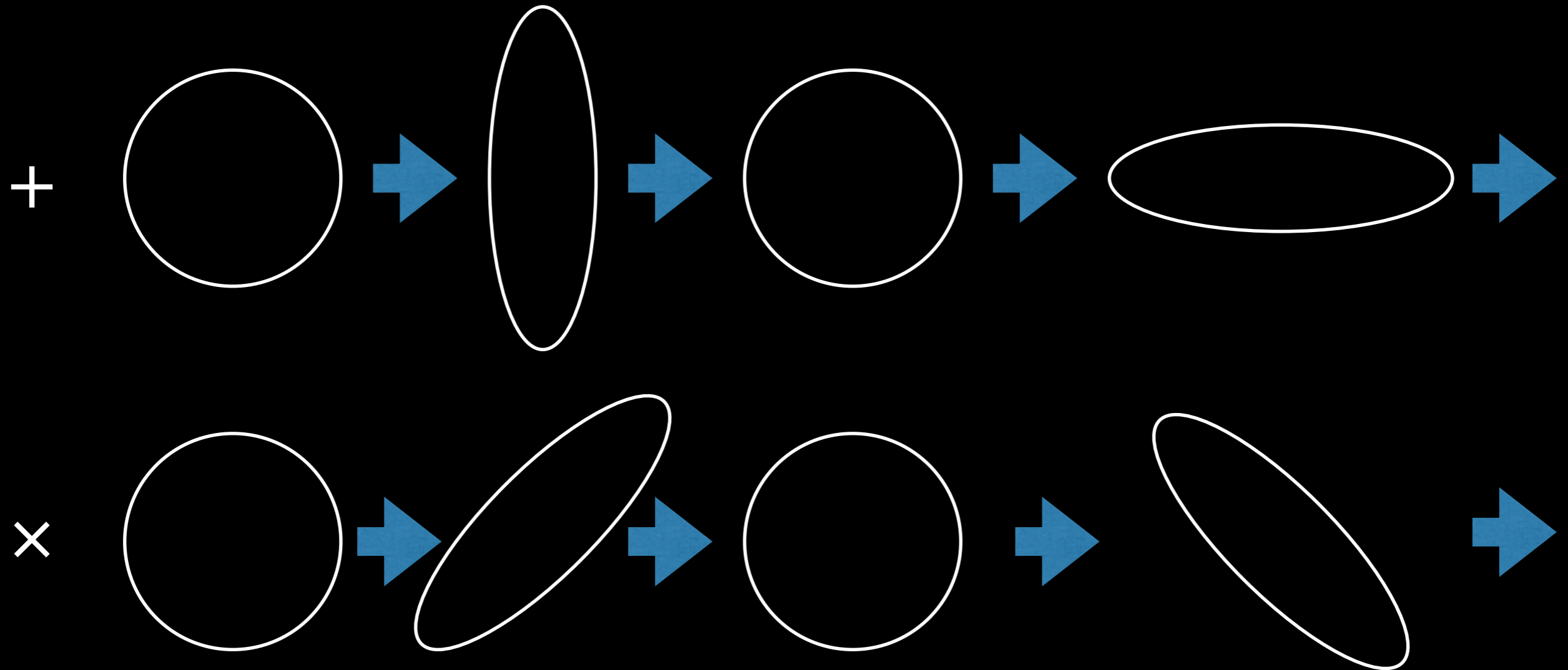


地球の半径との比よりaが求まる

ベクトルLH'とベクトルHH'が直交するという条件から
到来方向の円を求める

アンテナパターン

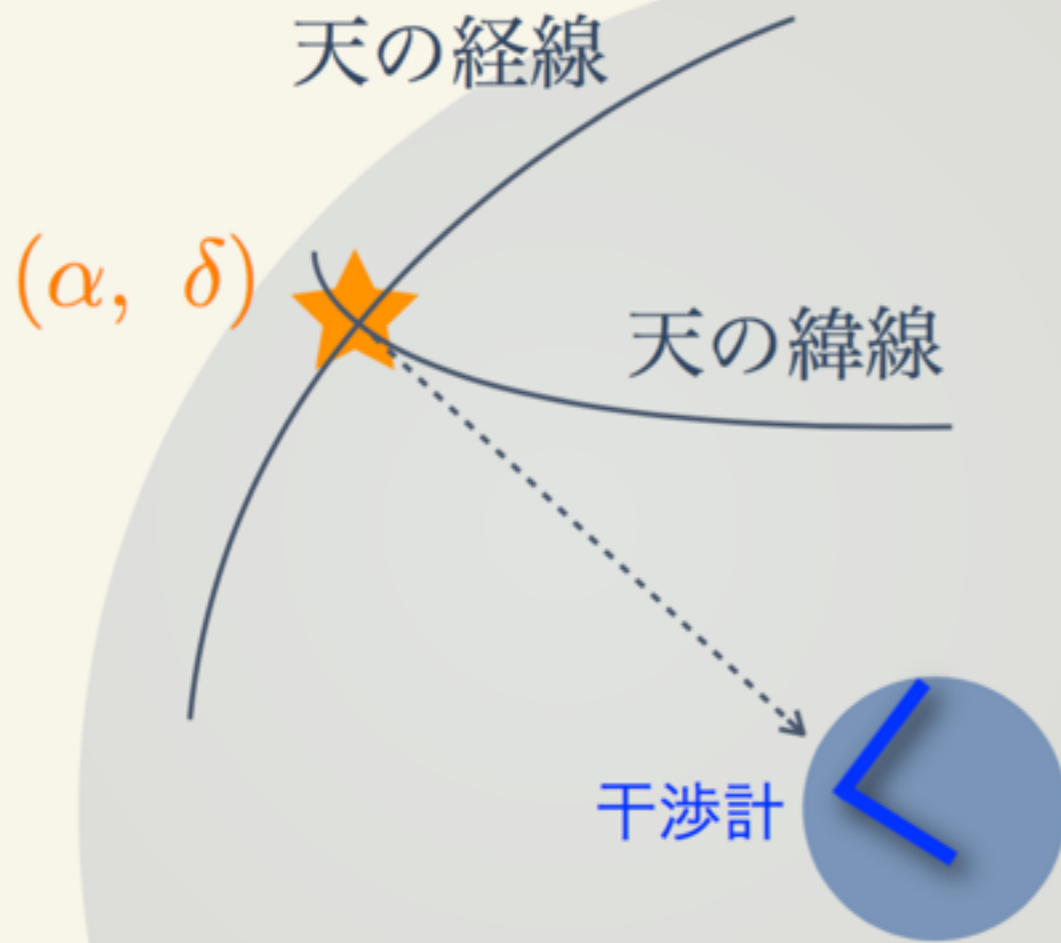
重力波には+モードと×モードがある



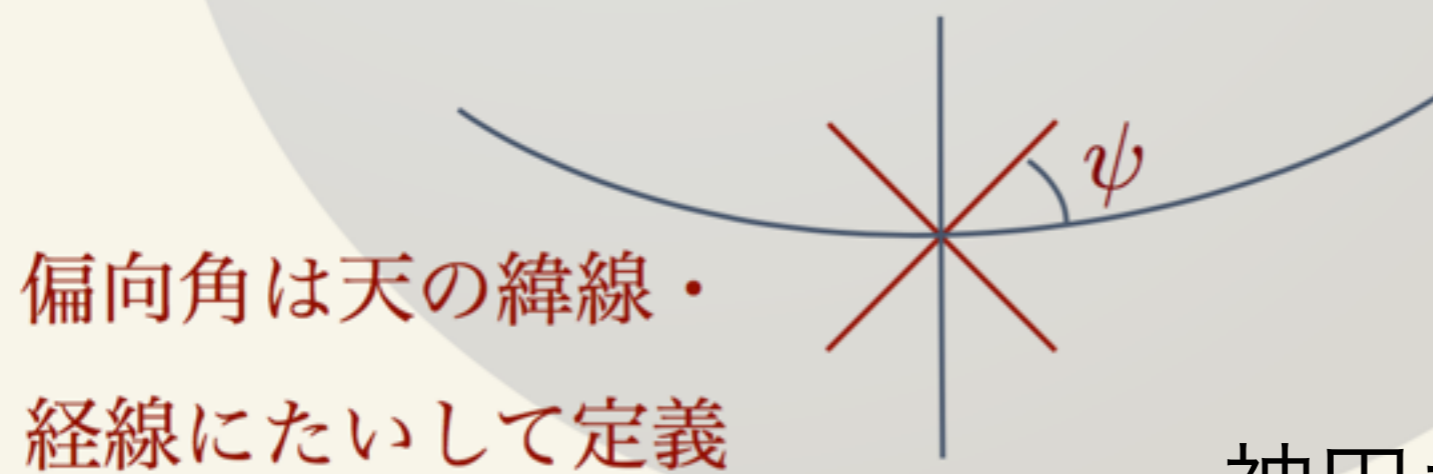
重力波検出器の応答は左式

$$h(t) = F_+(t)h_+(t) + F_\times(t)h_\times(t)$$

この F_+ と F_\times がアンテナパターンであり到来方向に依存する



干渉計は地球に貼り付いて自転とともに回転



神田さんのスライドより

座標変換

天球座標を (α, δ) と偏光角 ψ の重力波源の座標に回転

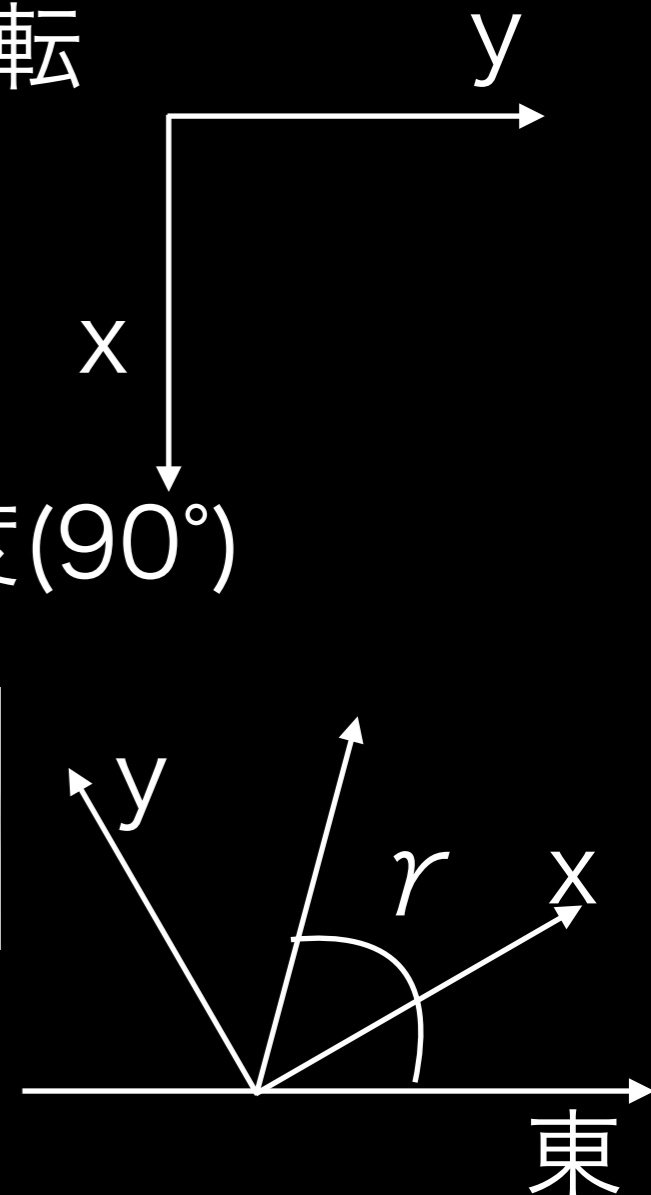
$$M_1 = \begin{pmatrix} \sin\alpha\cos\psi - \cos\alpha\sin\delta\sin\psi & -\cos\alpha\cos\psi - \sin\alpha\sin\delta\sin\psi & \cos\delta\sin\psi \\ -\sin\alpha\sin\psi - \cos\alpha\sin\delta\cos\psi & \cos\alpha\sin\psi - \sin\alpha\sin\delta\cos\psi & \cos\delta\cos\psi \\ -\cos\alpha\cos\delta & -\sin\alpha\cos\delta & -\sin\delta \end{pmatrix}$$

天球座標を検出器座標 (λ, ϕ) に回転

$$M_2 = \begin{pmatrix} \sin\lambda\cos\phi & \sin\lambda\sin\phi & -\cos\lambda \\ -\sin\phi & \cos\phi & 0 \\ \cos\lambda\cos\phi & \cos\lambda\sin\phi & \cos\lambda \end{pmatrix}$$

検出器の向き γ に回転、 ζ は腕の角度(90°)

$$M_3 = \begin{pmatrix} -\sin(\gamma - \zeta/2) & \cos(\gamma - \zeta/2) & 0 \\ -\cos(\gamma - \zeta/2) & -\sin(\gamma - \zeta/2) & 0 \\ 0 & 0 & 1 \end{pmatrix}$$



よって波から検出器の座標変換は

$$M = M_3 M_2 M_1^T$$

となり、重力波のテンソルは以下のようにになる

$$H(t) = \begin{pmatrix} h_+(t) & h_\times(t) & 0 \\ h_\times(t) & h_+(t) & 0 \\ 0 & 0 & 0 \end{pmatrix} \quad \tilde{H}(t) = M(t) H(t) M(t)^T$$

これより検出器の応答は以下のようになり

$$h(t) = \frac{1}{2} \vec{n}_1 \cdot [\tilde{H}(t) \vec{n}_1] - \frac{1}{2} \vec{n}_2 \cdot [\tilde{H}(t) \vec{n}_2]$$

$$\vec{n}_1 = (1, 0, 0), \quad \vec{n}_2 = (\cos\zeta, \sin\zeta, 0) \quad \text{腕の単位ベクトル}$$

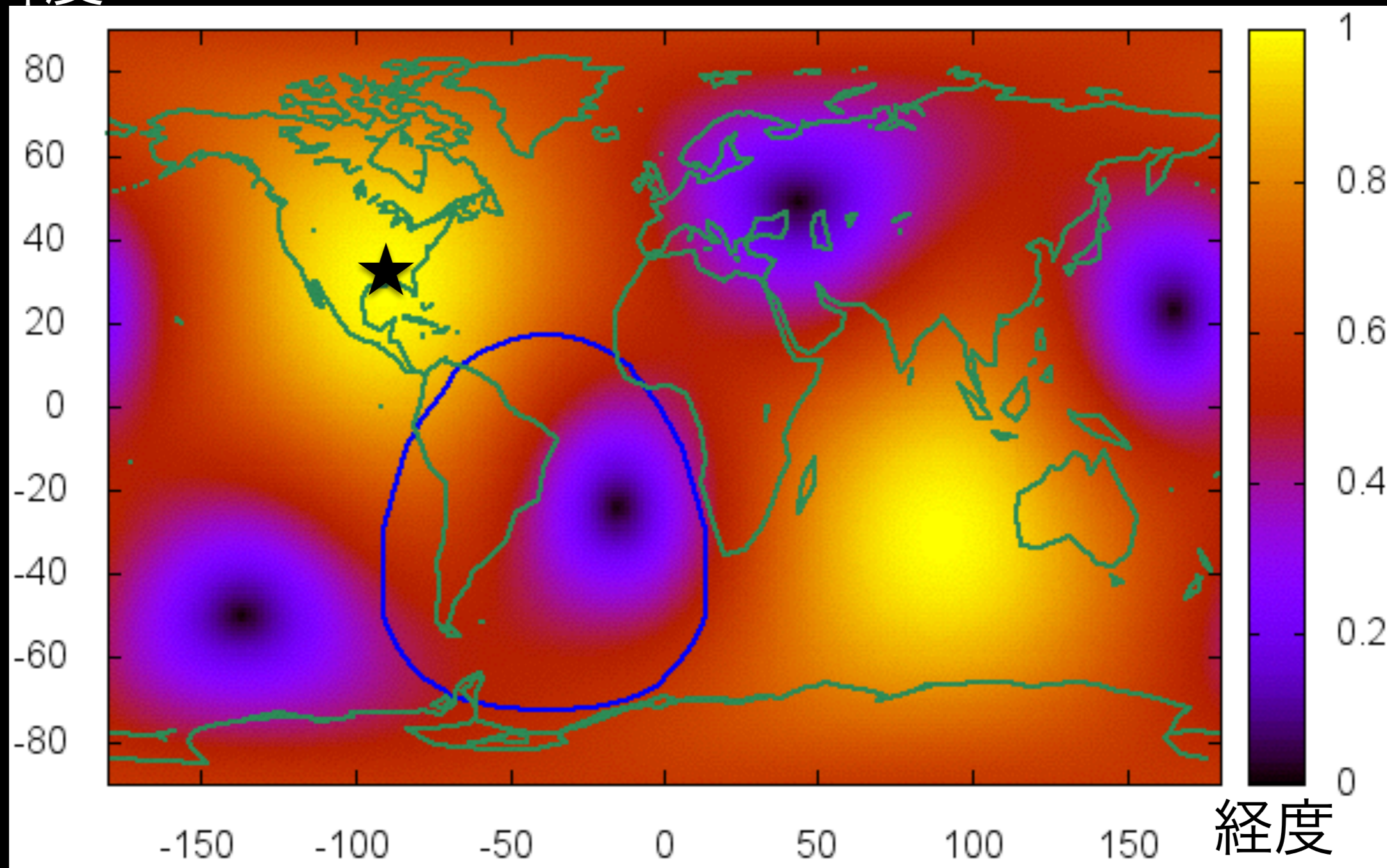
$$h(t) = F_+(t) h_+(t) + F_\times(t) h_\times(t)$$

アンテナパターン F_+ と F_\times が上の式より求まる

その二乗和をプロットする $\sqrt{F_+^2 + F_\times^2}$

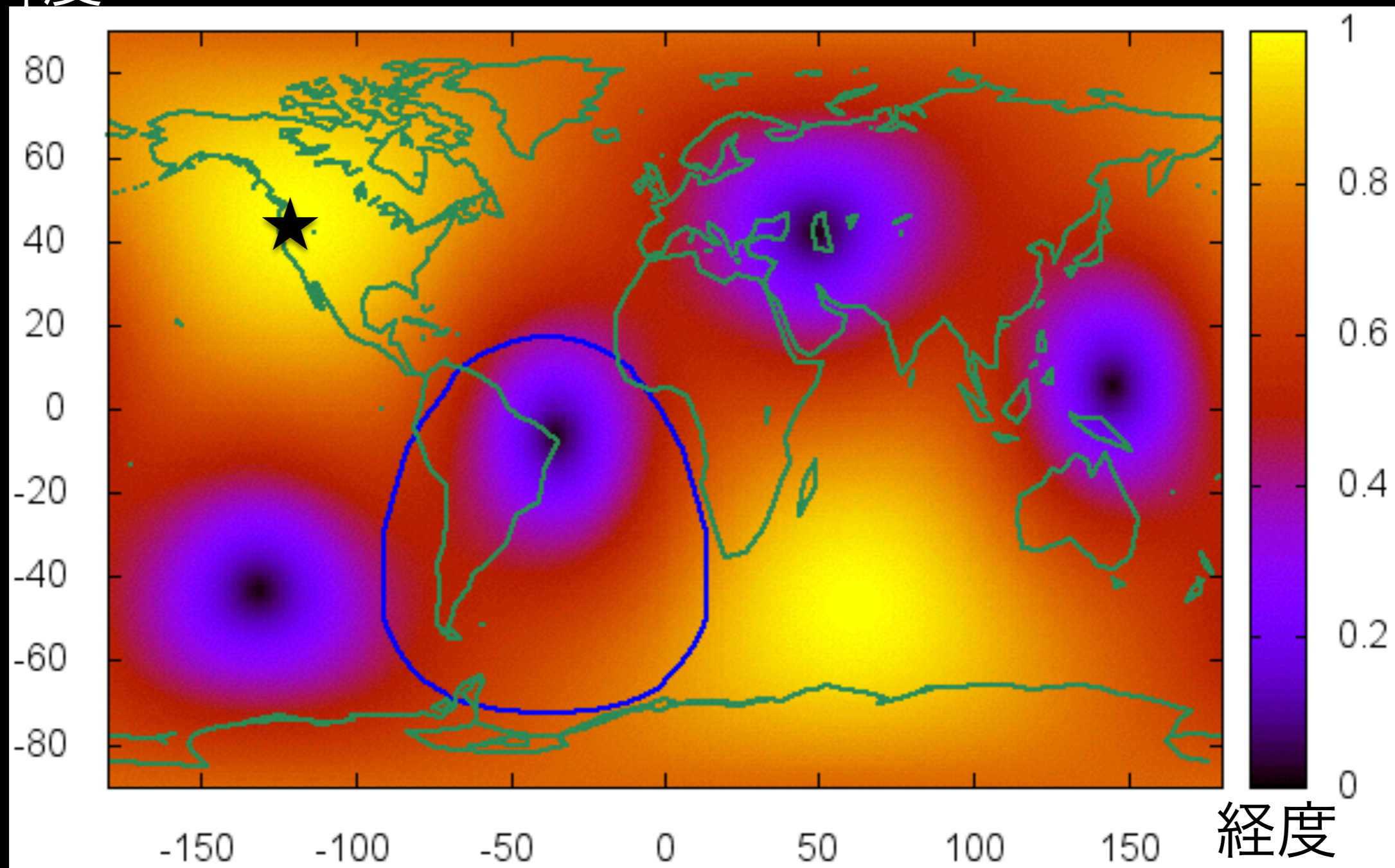
LIGO Livingston

緯度



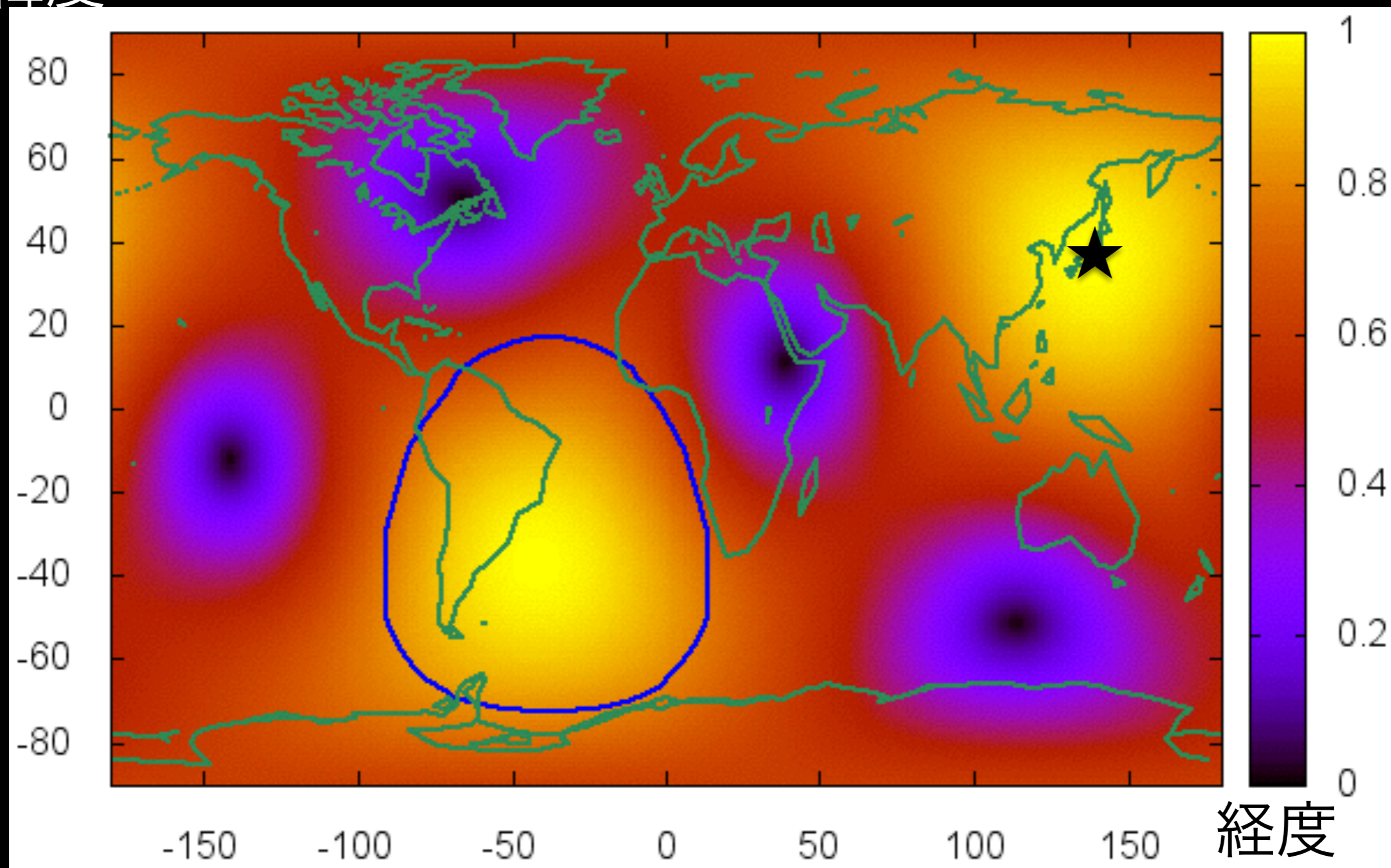
LIGO Hanford

緯度



KAGRA

緯度



GW150914はKAGRA有利のイベント

KAGRAに来るGW150914の見積もり

アンテナパターンの二乗和のみで見積もる

LIGO Hanford : LIGO Livingston

= 約1.2 : 1

となるようなところを選ぶ

今回は

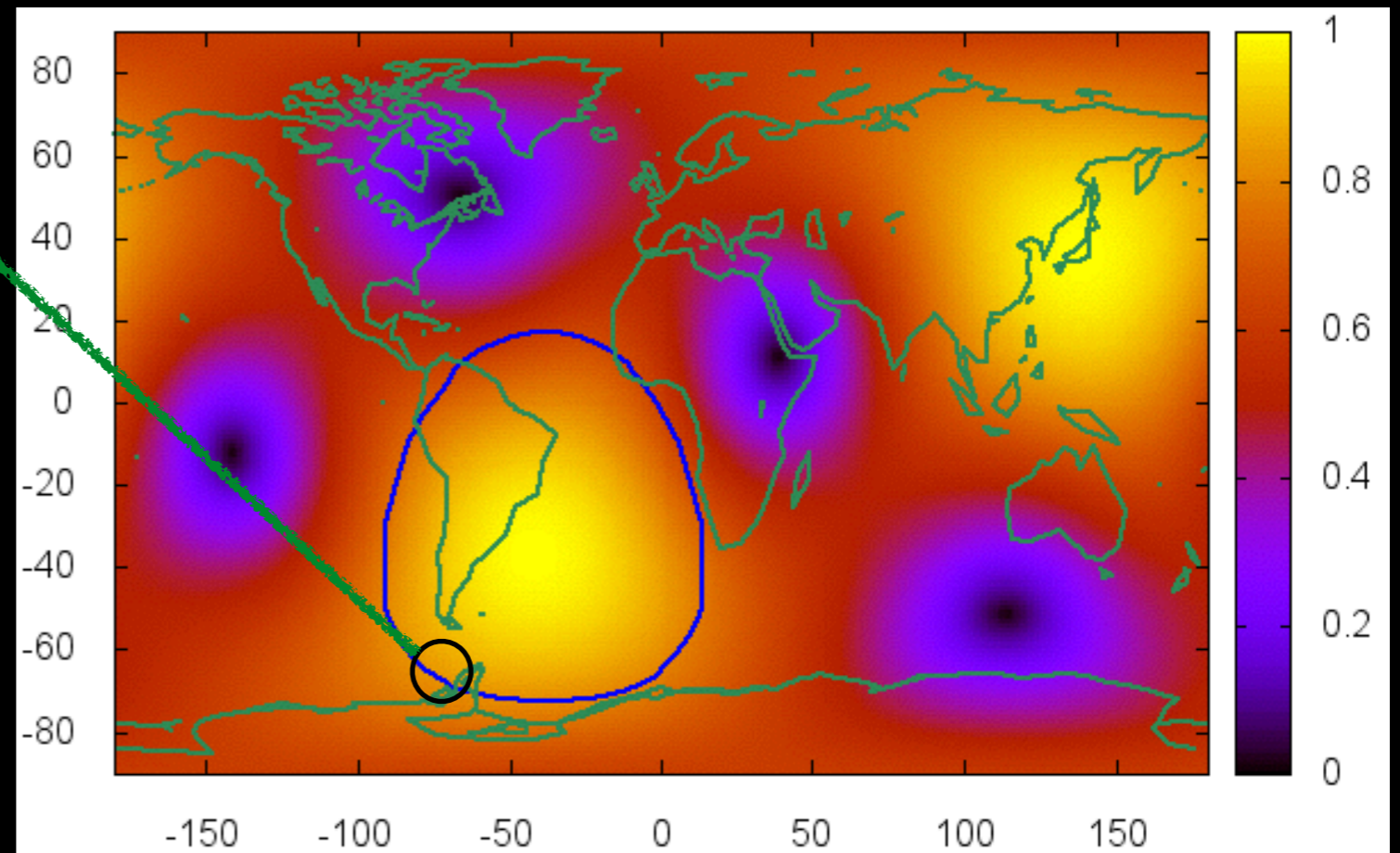
緯度 -61.8° 経度 -72.5°

を選んだ

実際の報告でもここから

来てる確率が高い

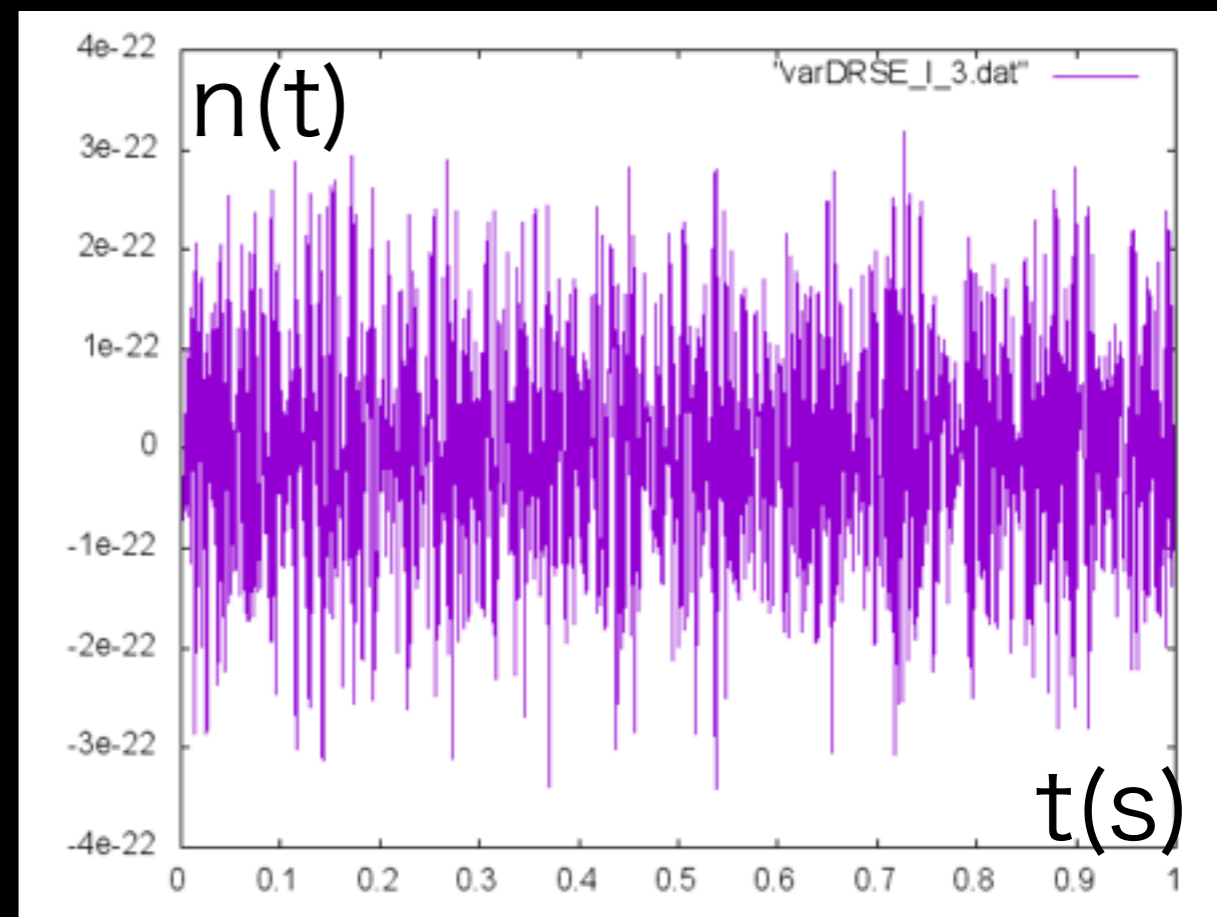
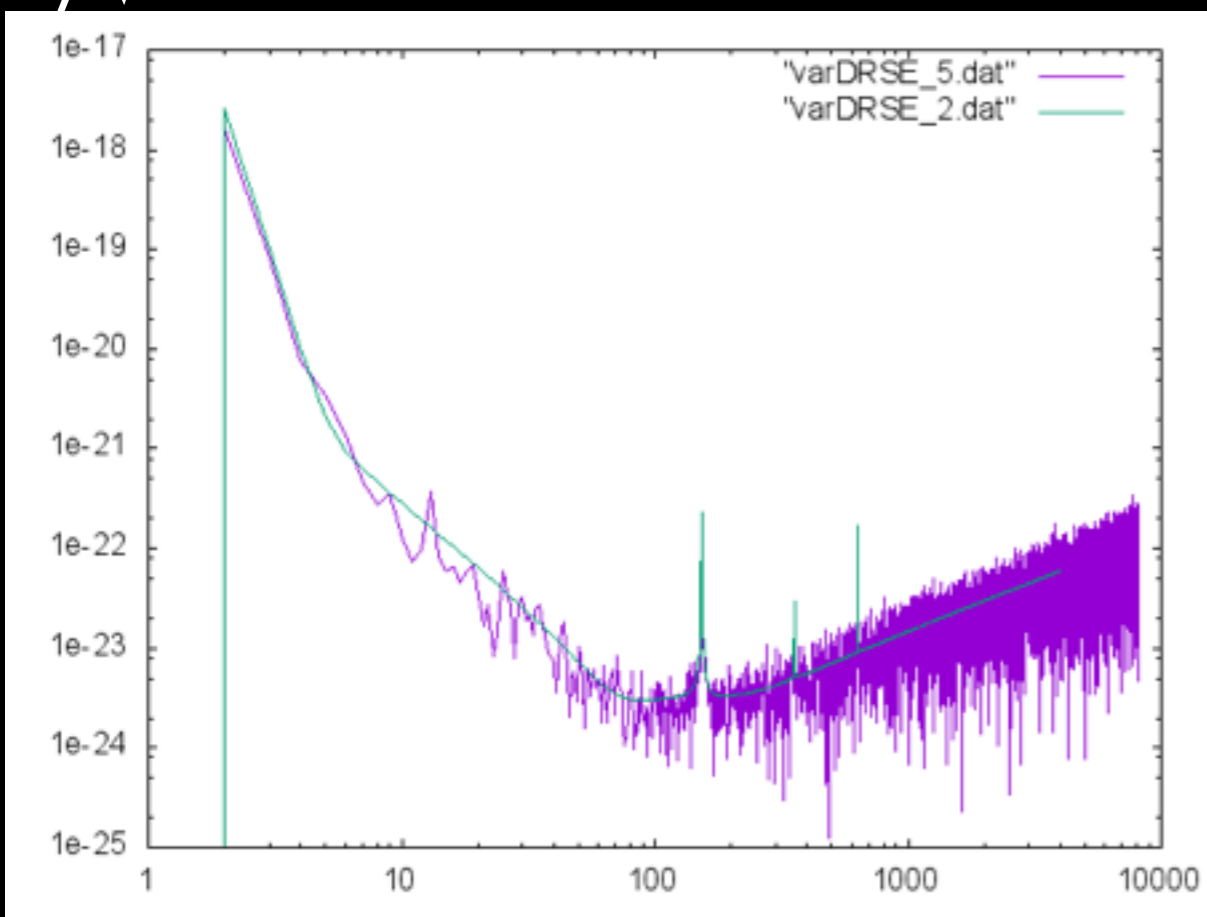
振幅はLIGO_Lの1.8倍



シュミレーションノイズ作成

ガウスノイズとは時系列をフーリエ変換した時に
実部と虚部の分布がガウス分布になるノイズのこと

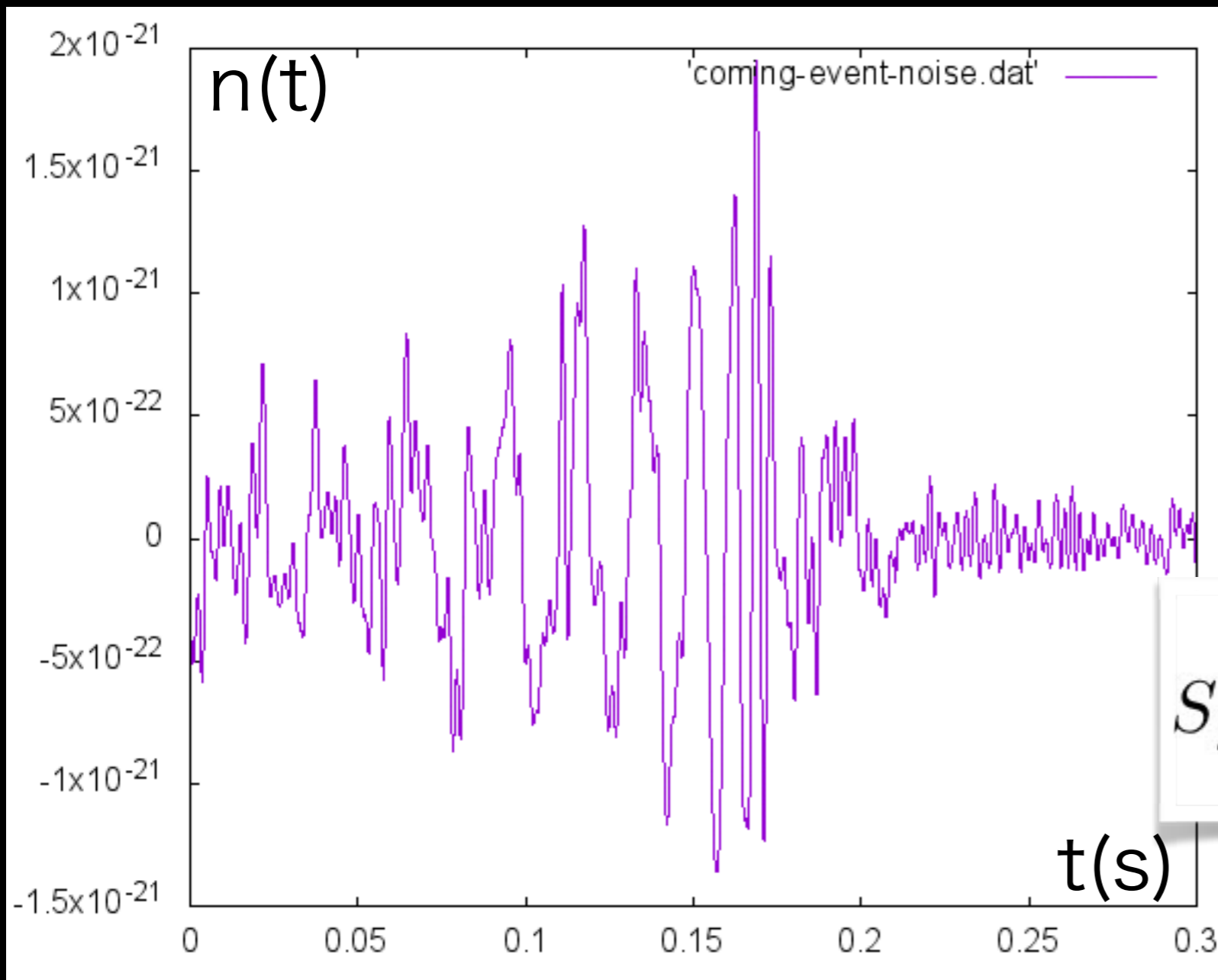
$1/\sqrt{\text{Hz}}$



感度曲線をもとに
ガウスノイズを作成

時系列データが出来る

エクセスパワー



信号を注入して
信号雑音比を見る

$$S/N = 2 \sqrt{\int_{f_{min}}^{f_{max}} df \frac{|\tilde{h}(f)|^2}{S_n(f)}}$$

KAGRAのデザイン感度とKAGRAで見積もった
重力波イベントのS/Nは約86→検出可能だった可能性が高い

非ガウス性

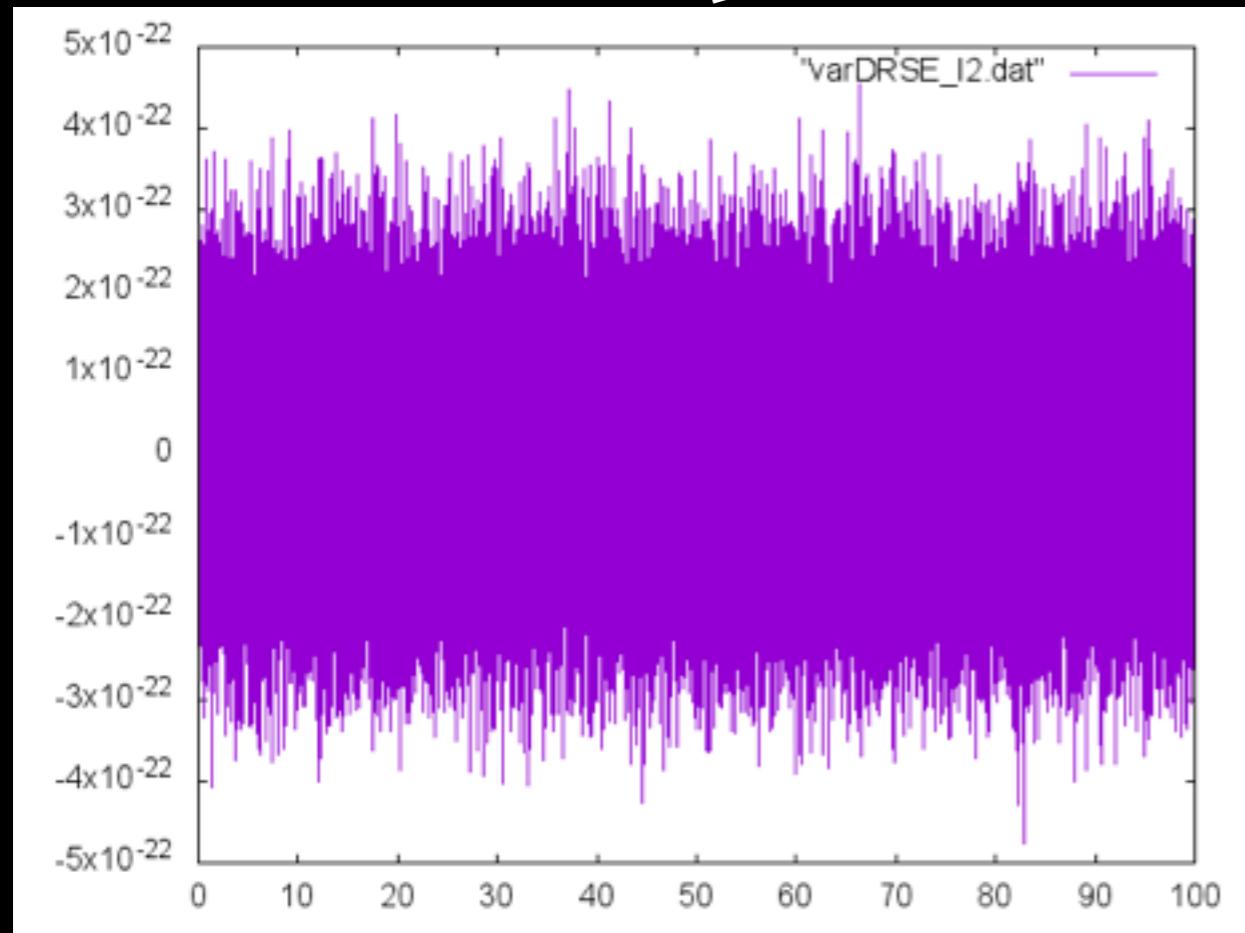
- ・ ガウスノイズは時系列をフーリエ変換した時に実部と虚部の分布がガウス分布に従う分布であるが、重力波イベントのような非定常ノイズが入るとその限りでは無い。
- ・ どれだけ(何 σ)外れるかを見ることで重力波イベントがあるかどうかの判断が可能。

8 σ 以上ずれたノイズがあると重力波イベントがあると判断

50Hz~500Hzの周波数で100sのシュミレーションノイズを
作成し1000個に分割

イベントは約0.2sなので
1000個に区切る

$n(t)$



$t(s)$

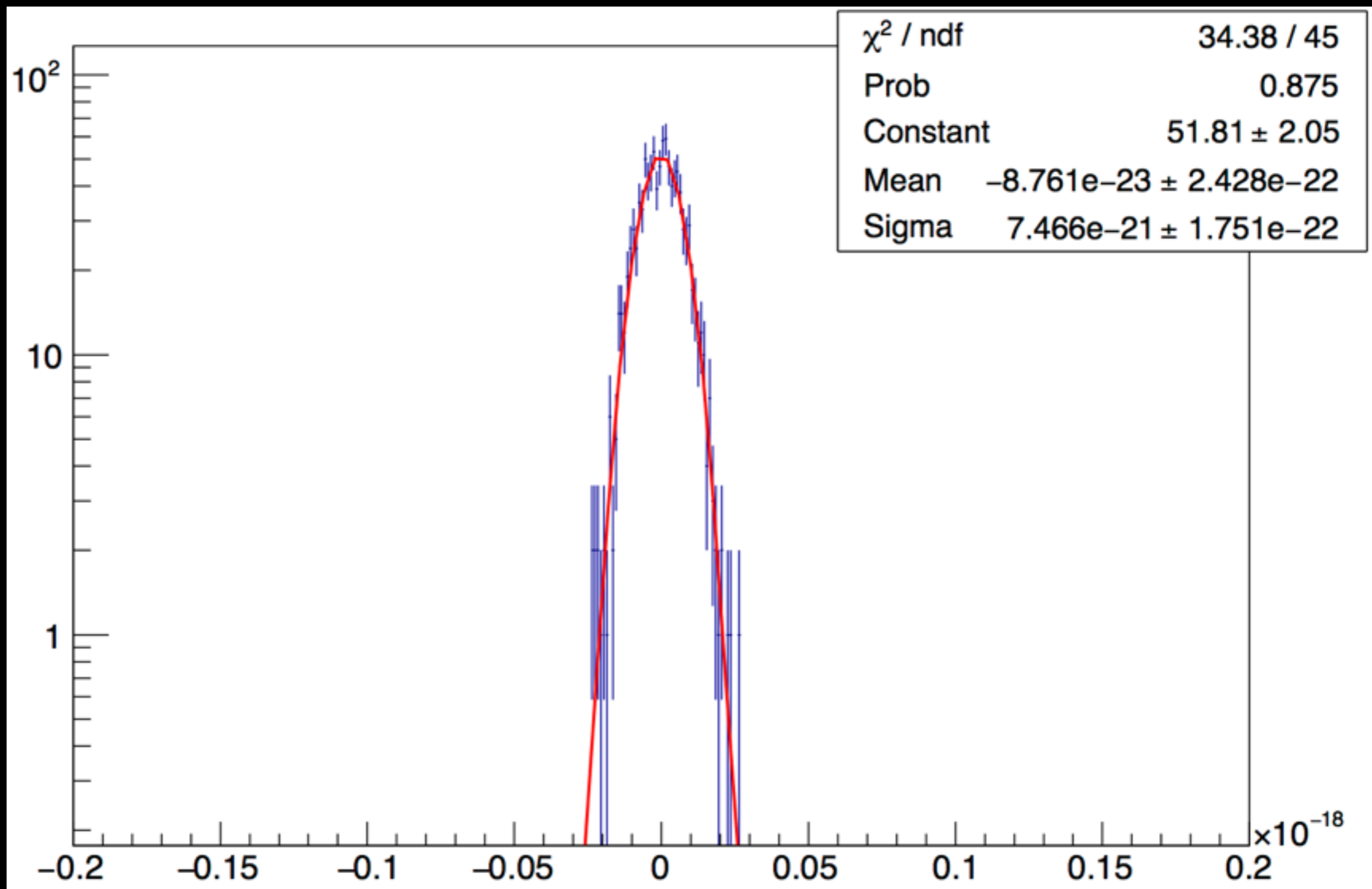
シュミレーションノイズ

FFTしてそれぞれの100Hzの
成分を見る

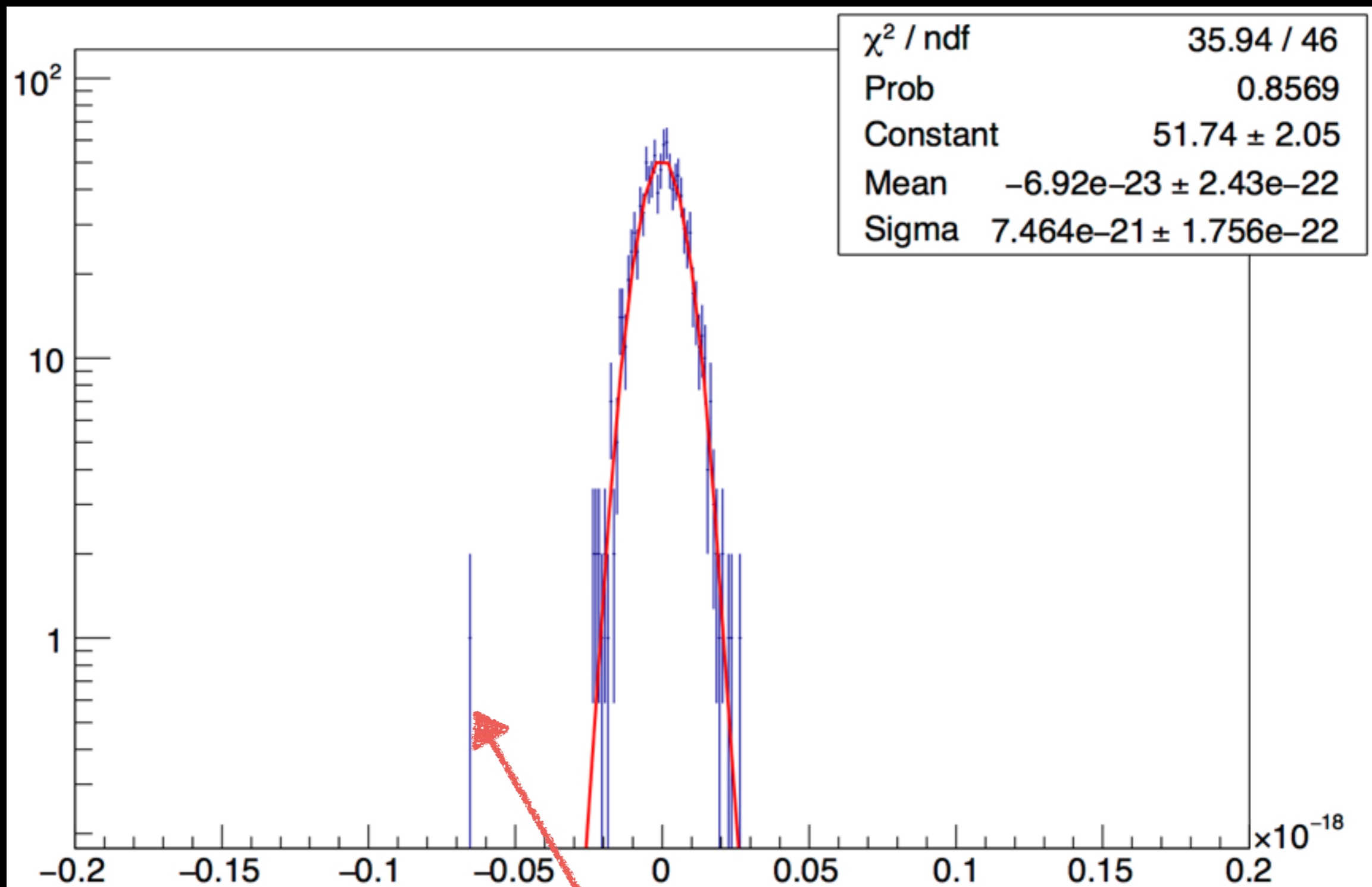
ヒストグラムを取る

8 σ 以上で検出!

イベント無しノイズの虚数部の裾

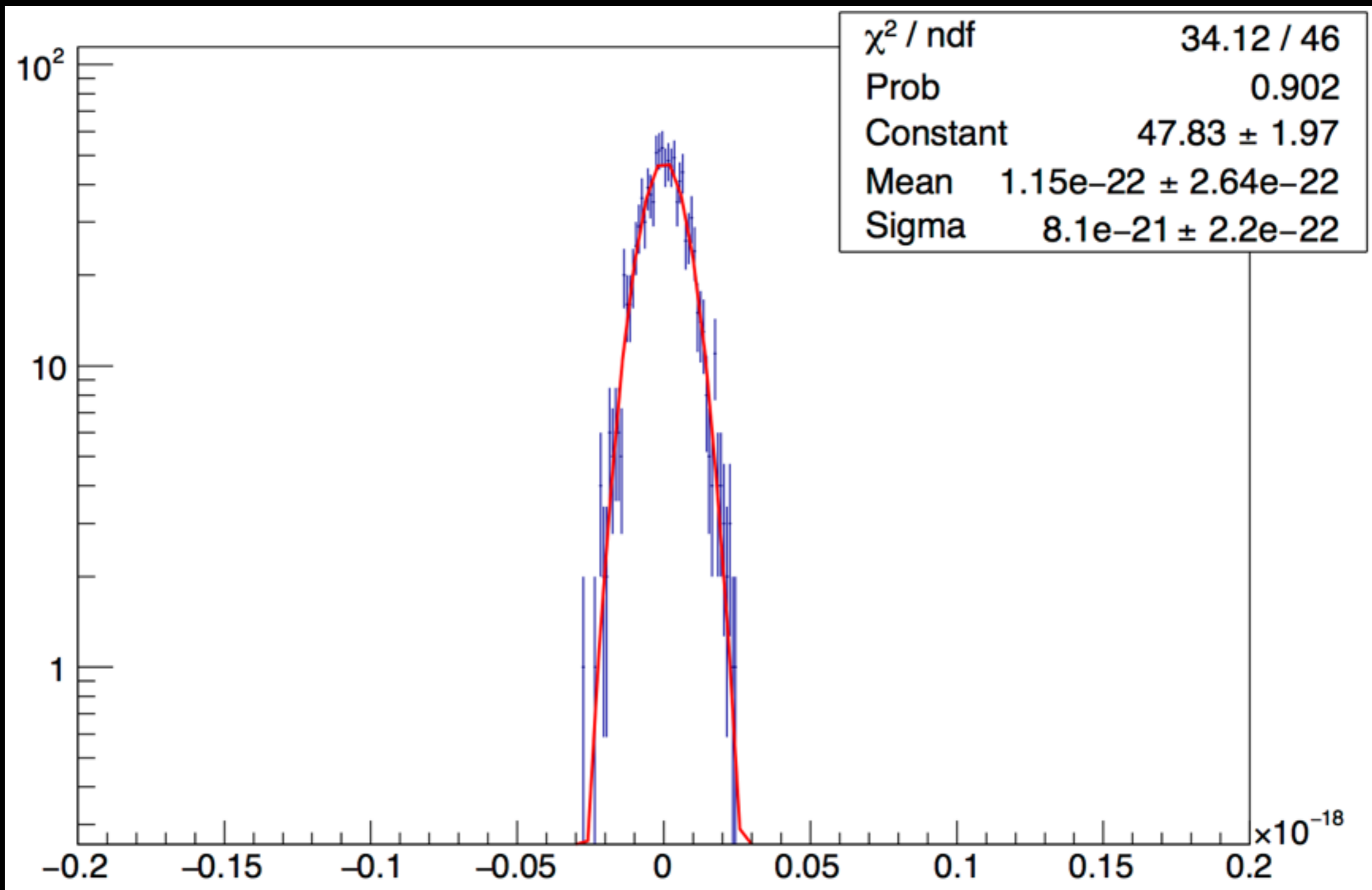


イベント有りのノイズの虚数部の裾

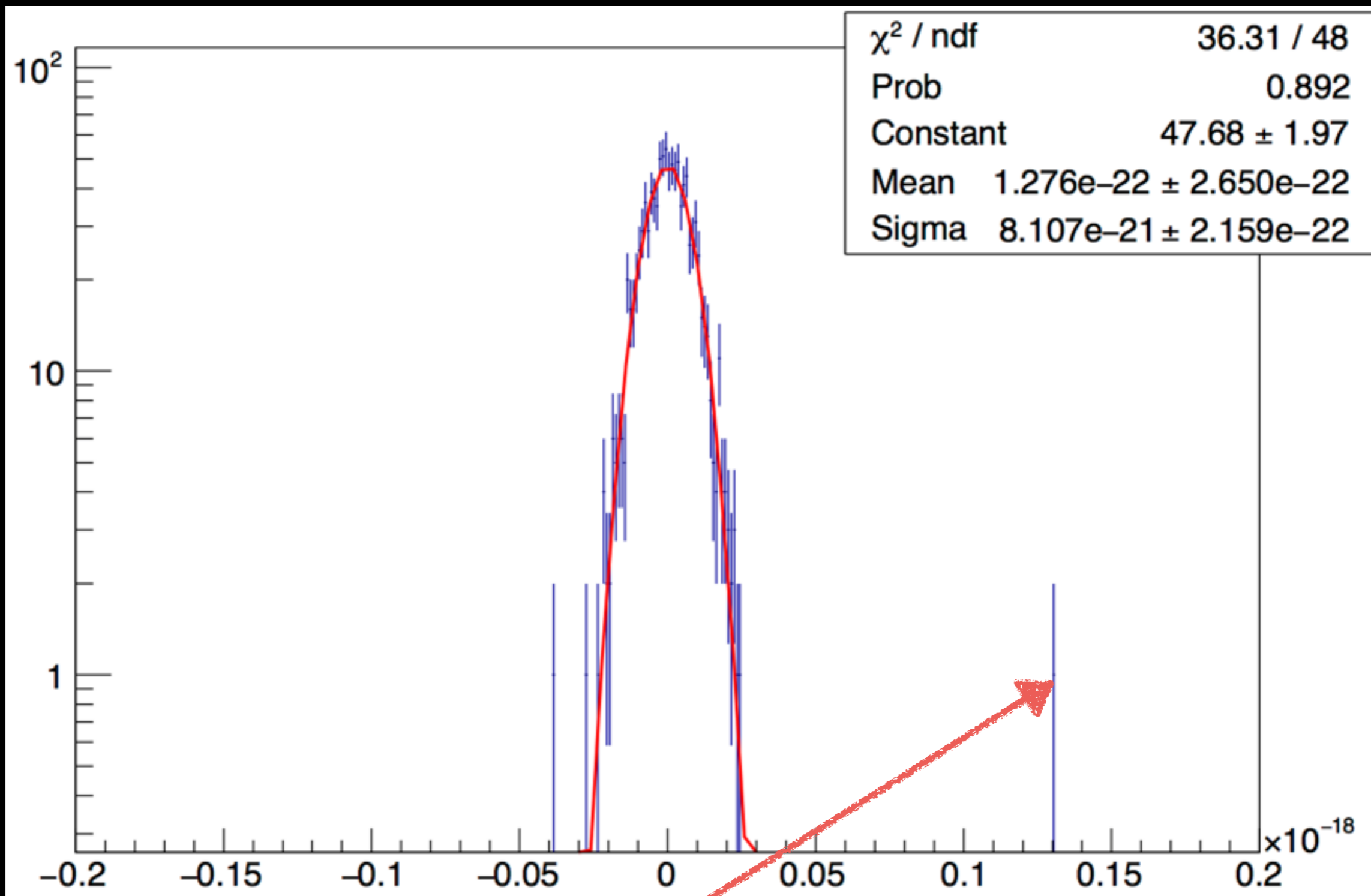


約9 σ 外れている

イベント無しノイズの実数部の裾



イベント有りのノイズの実数部の裾



約16 σ 外れている

まとめと今後の展望

- ・ GW150914イベントがKAGRA稼働時に起こったことを想定して到来方向を考慮して信号の大きさを見積もった。

エクセスパワーでは信号雑音比86を得た。

非ガウス性評価では 9σ と 16σ を見た。

- ・ 春の学会ではiKAGRAデータを使ってガウス性を見ていくことが目標になるのでこの計算の経験を活かしたい。

BACK UP

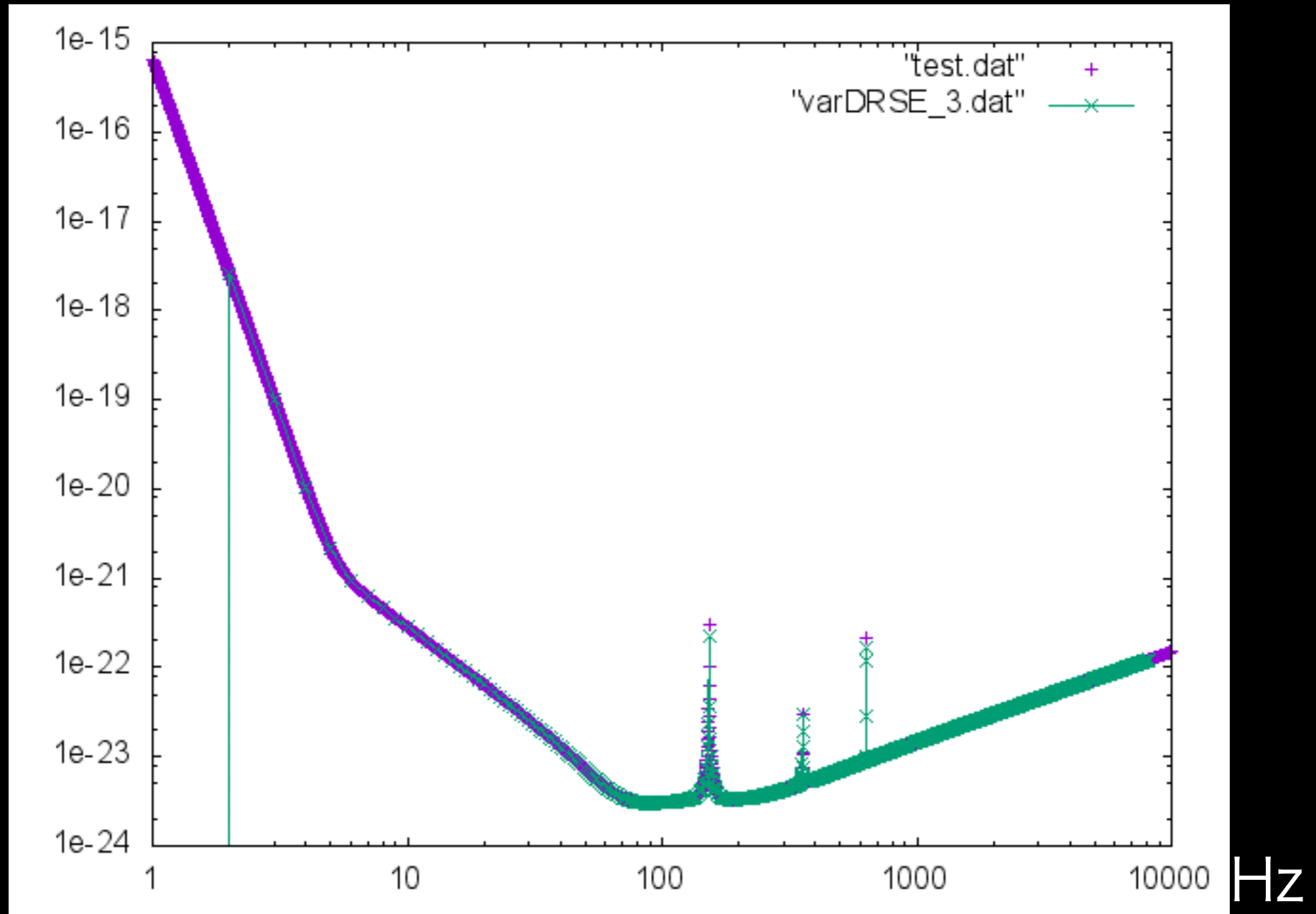
KAGRAノイズカーブ $n(t)$

手順

1. KAGRAのサイトからダウンロードしたPSDの
dat(varDRSE.dat)をインプット(SF=16384,T=1)
2. このdatは等間隔ではないので線形補間(GSL)してPSD
を1Hzごとにする
3. このPSDを使って作ったsigmaからガウスノイズを
実数と虚数で生成する(GSL)
4. このノイズをIFFT(FFTW)する $\rightarrow n(t)$

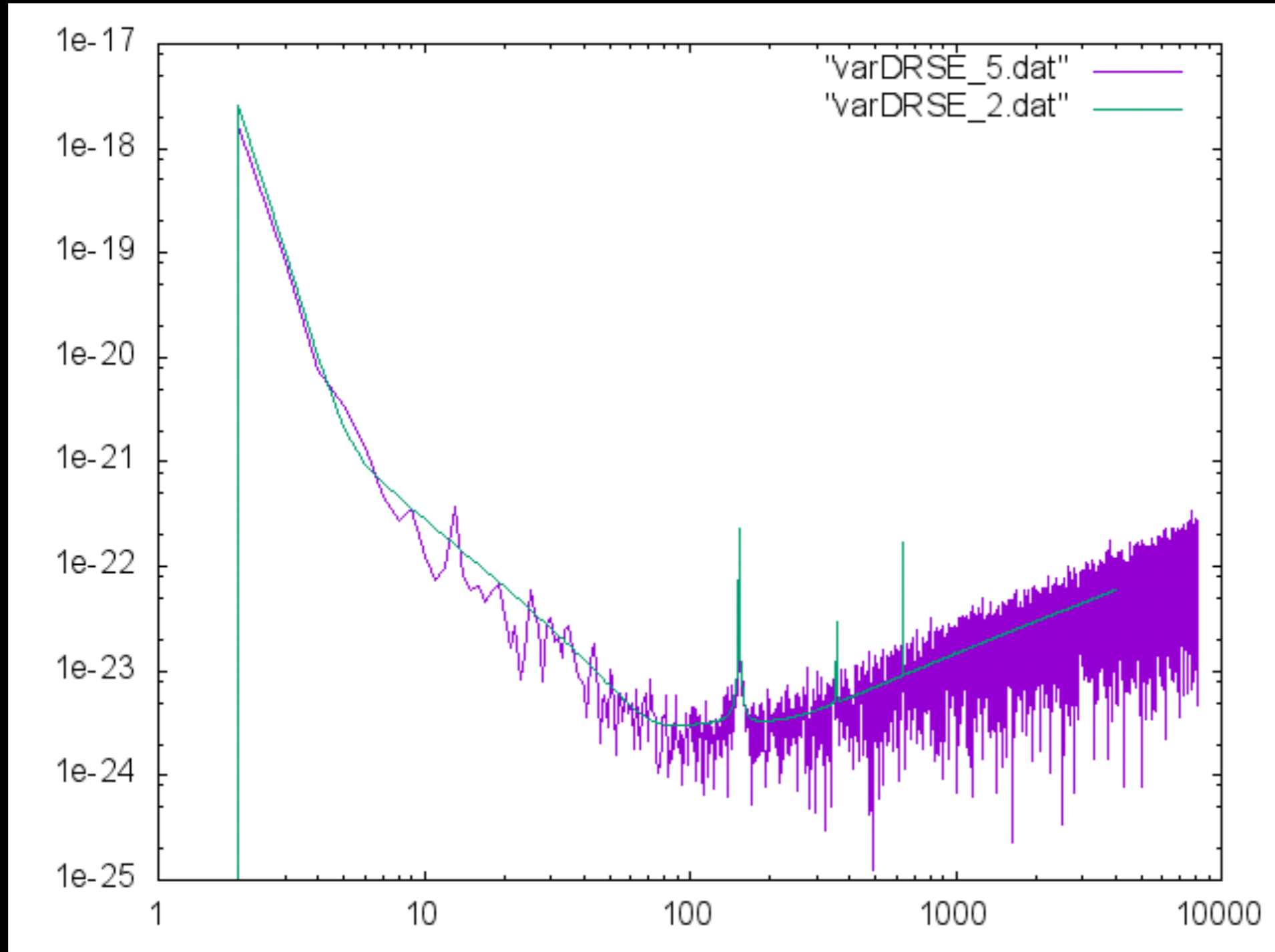
datファイルを線形補間

$1/\sqrt{\text{Hz}}$



ふったノイズでPSDを書いた

$1/\sqrt{\text{Hz}}$

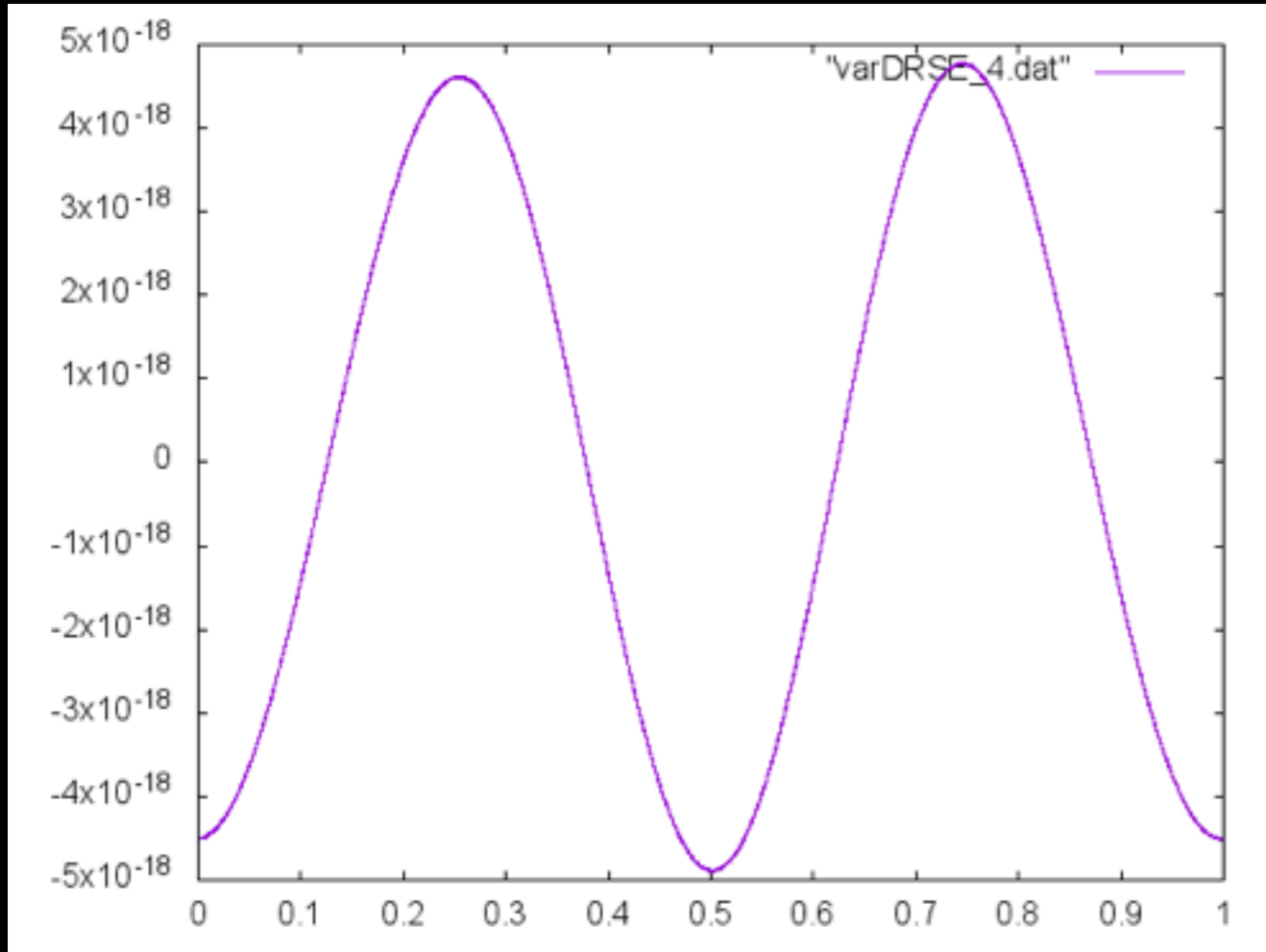


Hz

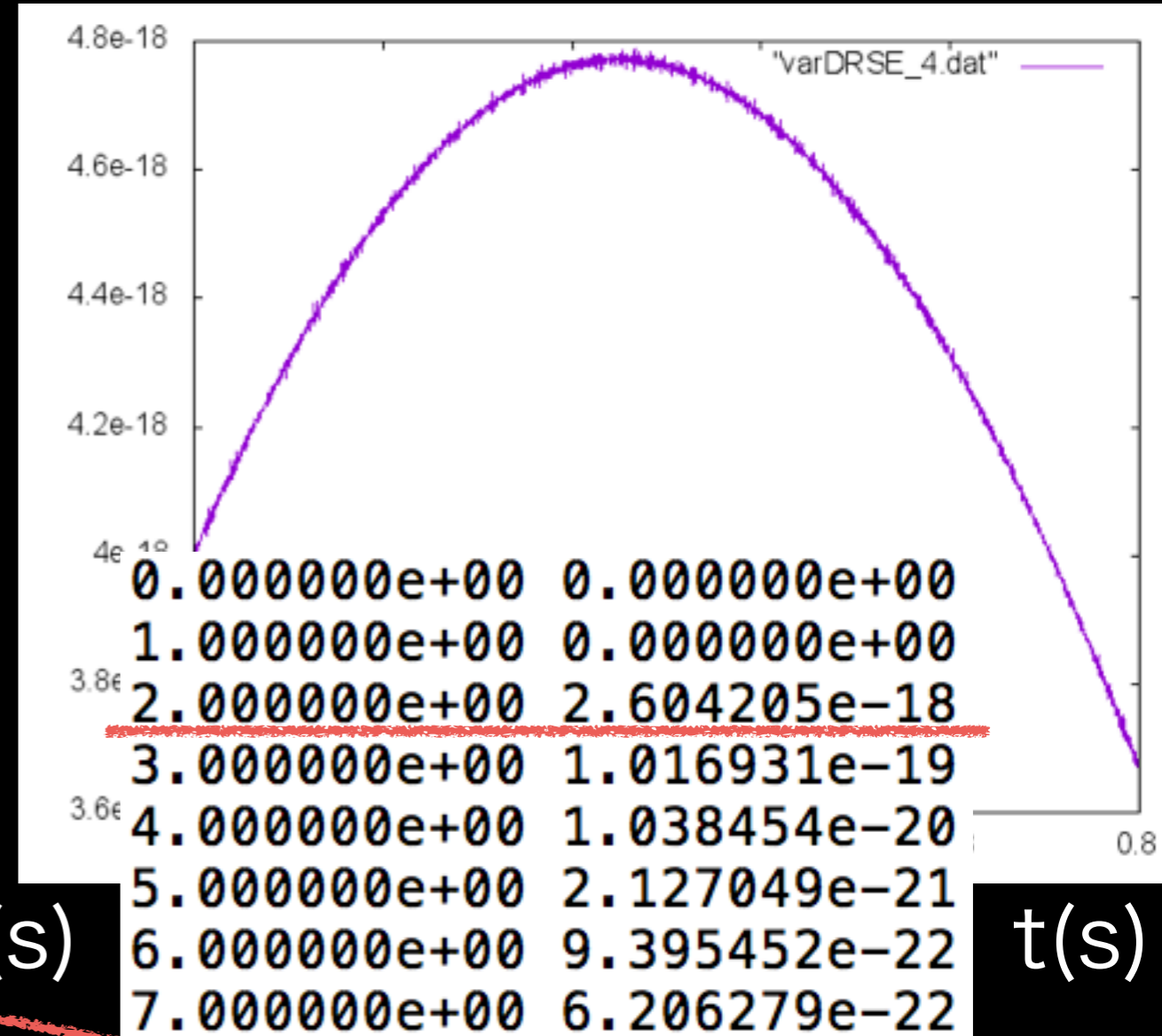
ガウシアン²なのでレイリー分布

ローパスとハイパスをサボらずにかける IFFTした結果

n(t)



n(t)

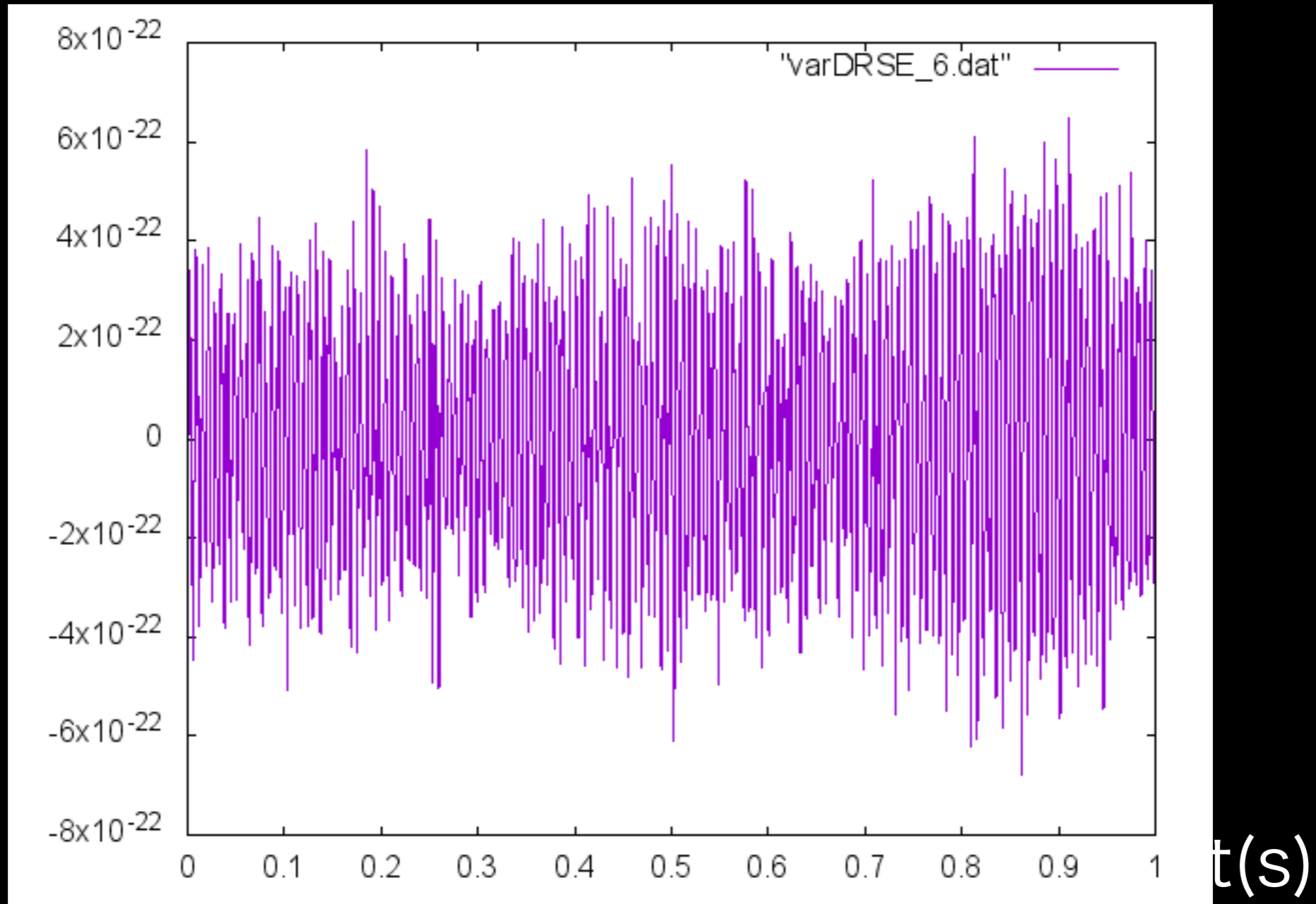


線形補間の段階で削っただけ t(s)

2Hzが大きすぎる → ~~ローパスハイパスをかける~~

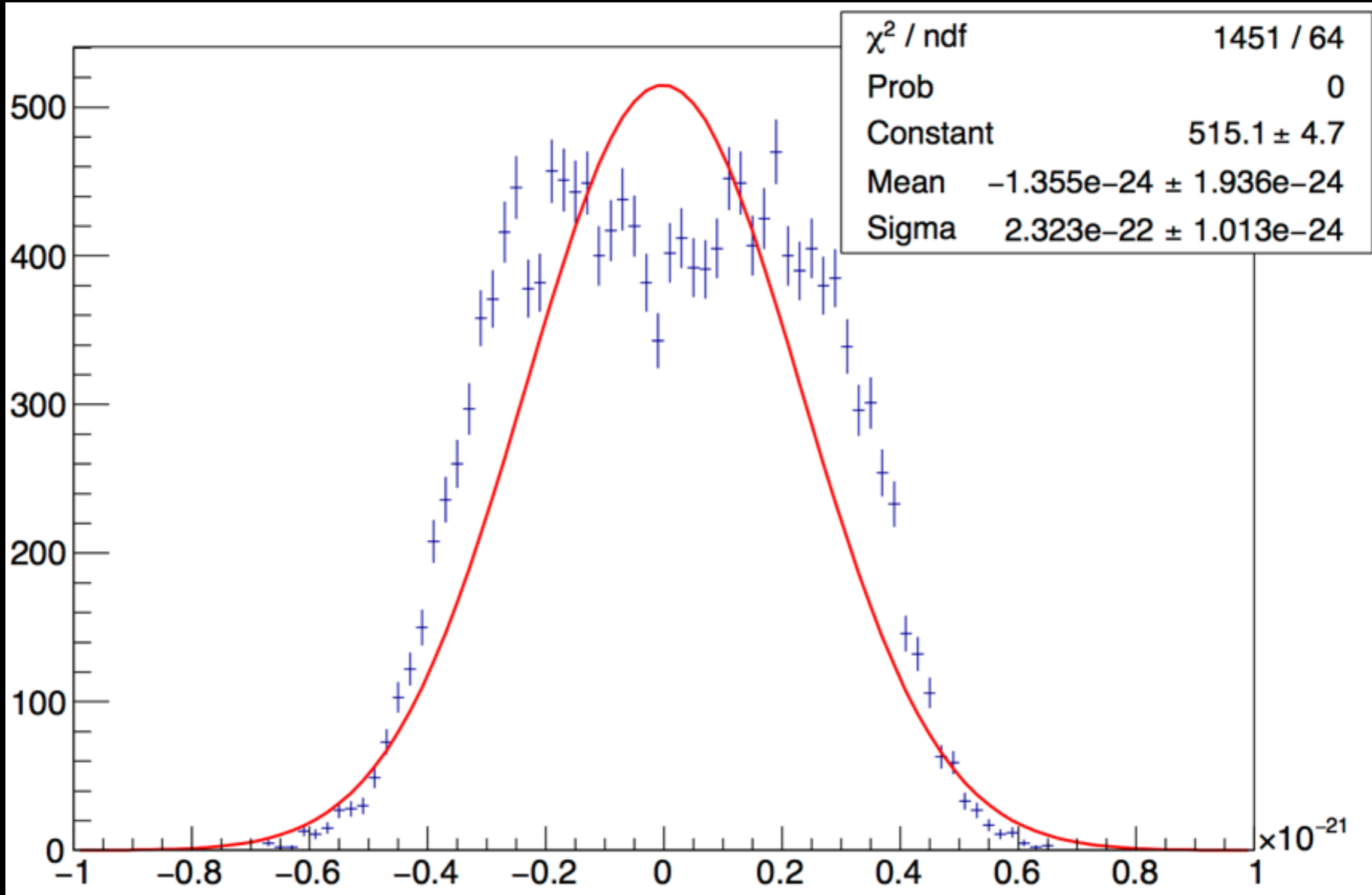
感度の良い50Hz~500Hz

$n(t)$ 50Hz~500Hzの時系列データ



ガウシアンっぽく見えるが？

→ROOTでヒストグラムを書いてみる



明らかにガウシアンではない

ノイズをガウシアンにするには？

周波数帯を小さくして

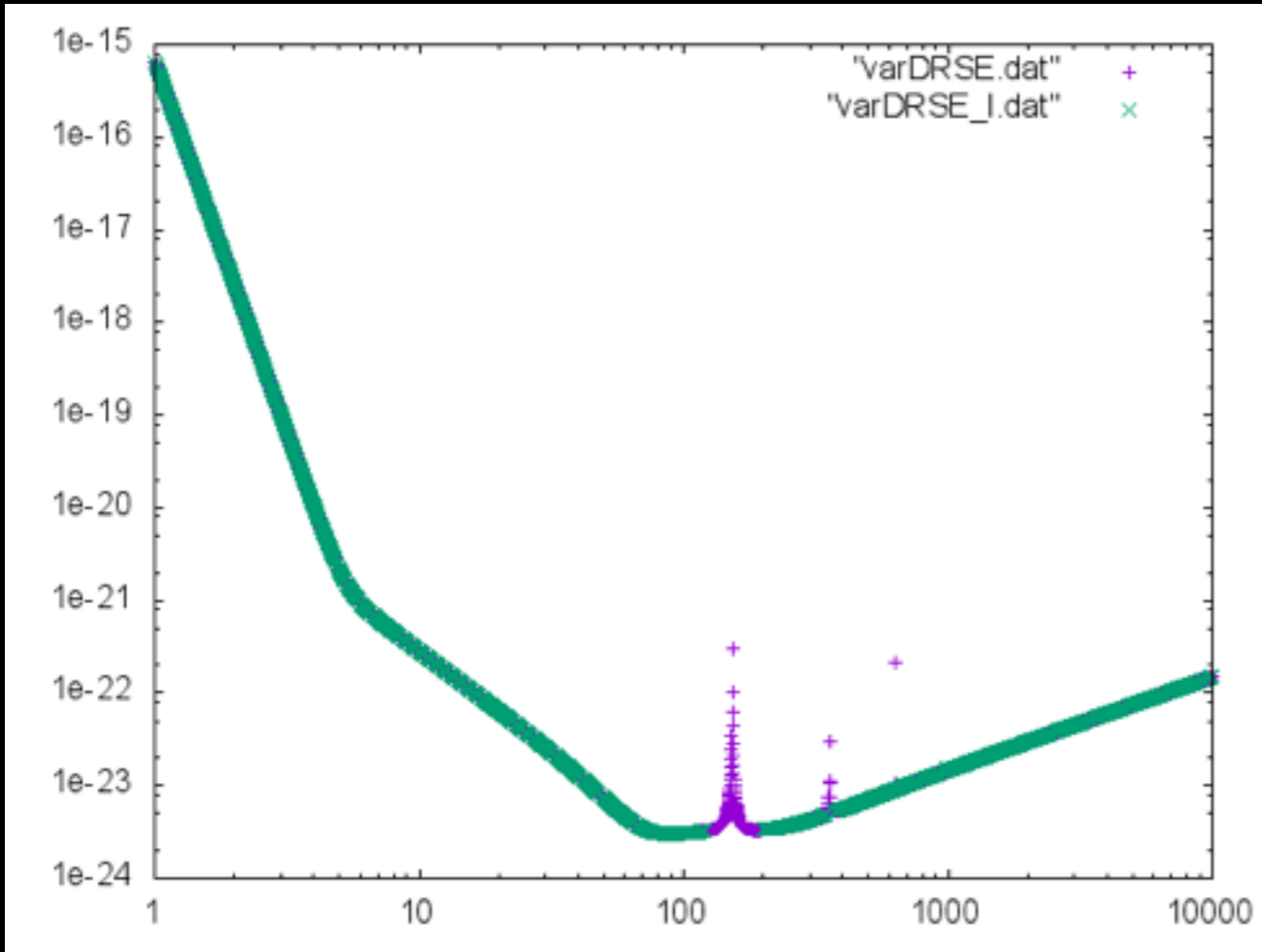
ラインノイズのないところ(200Hz~300Hz)でIFFT

→ガウシアンになった

ラインノイズを除いて線形補間してみる

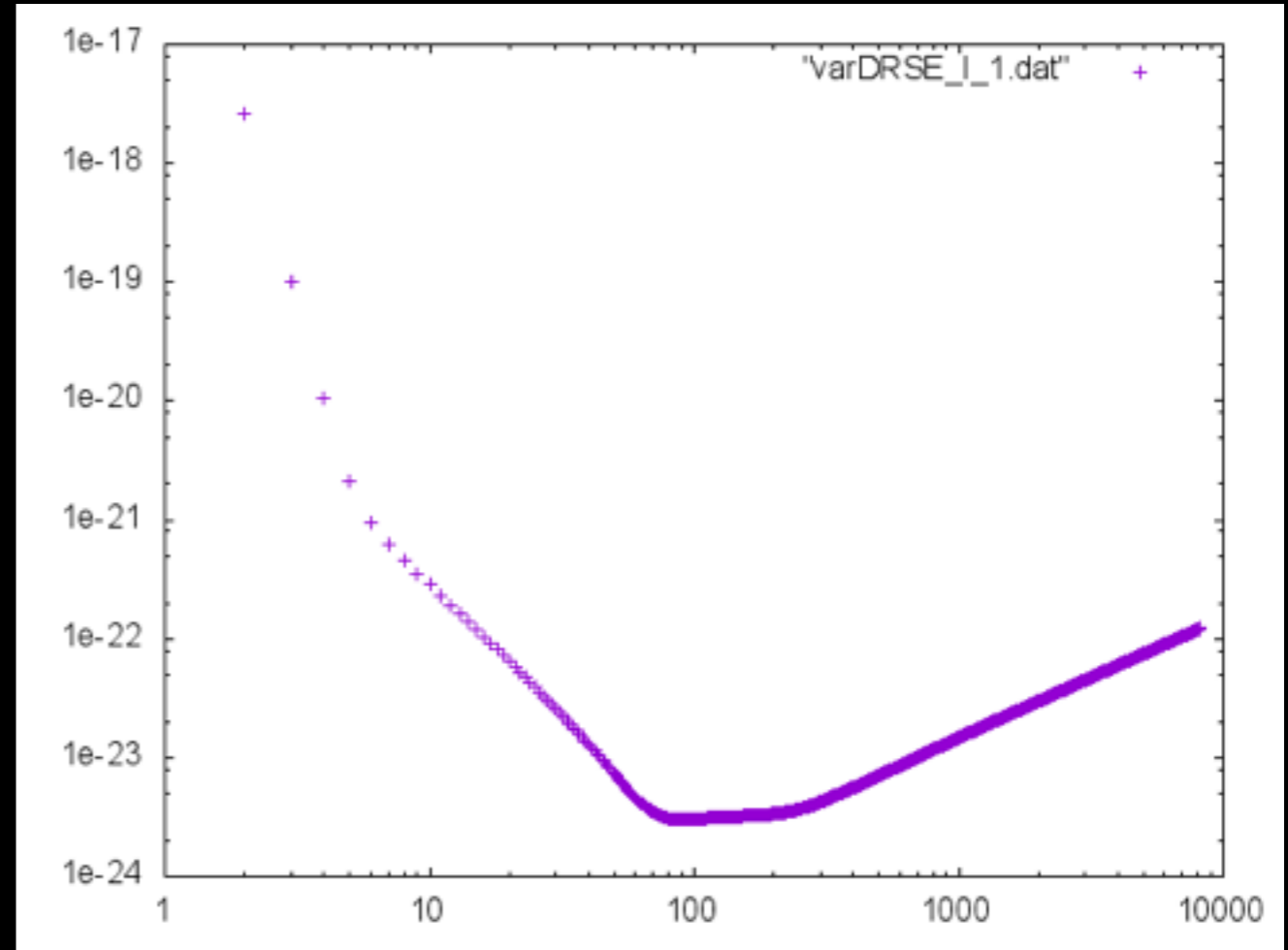
ラインノイズの部分をまるまる消して
そのdatファイルを線形補間

$1/\sqrt{\text{Hz}}$



Hz

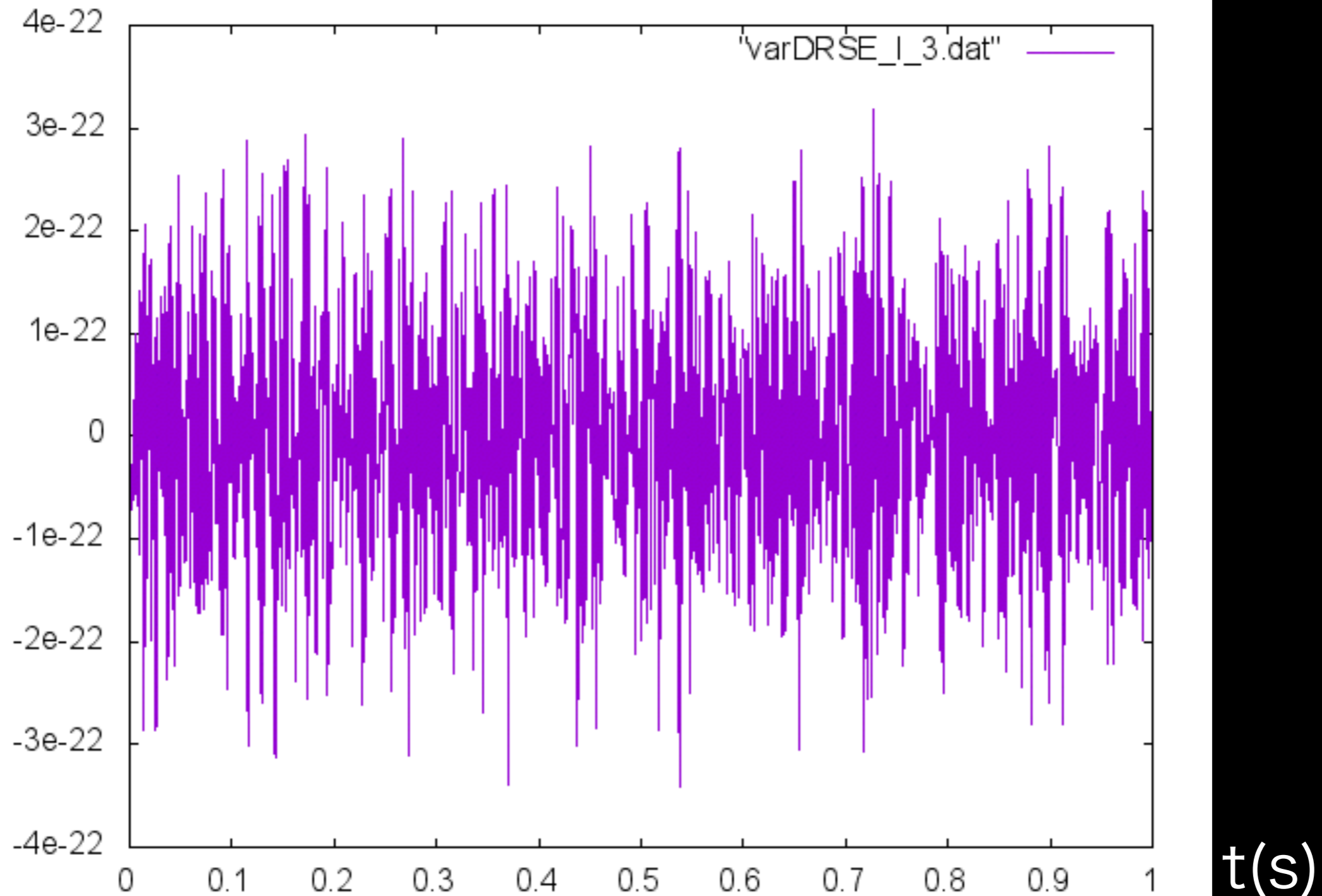
$1/\sqrt{\text{Hz}}$



Hz

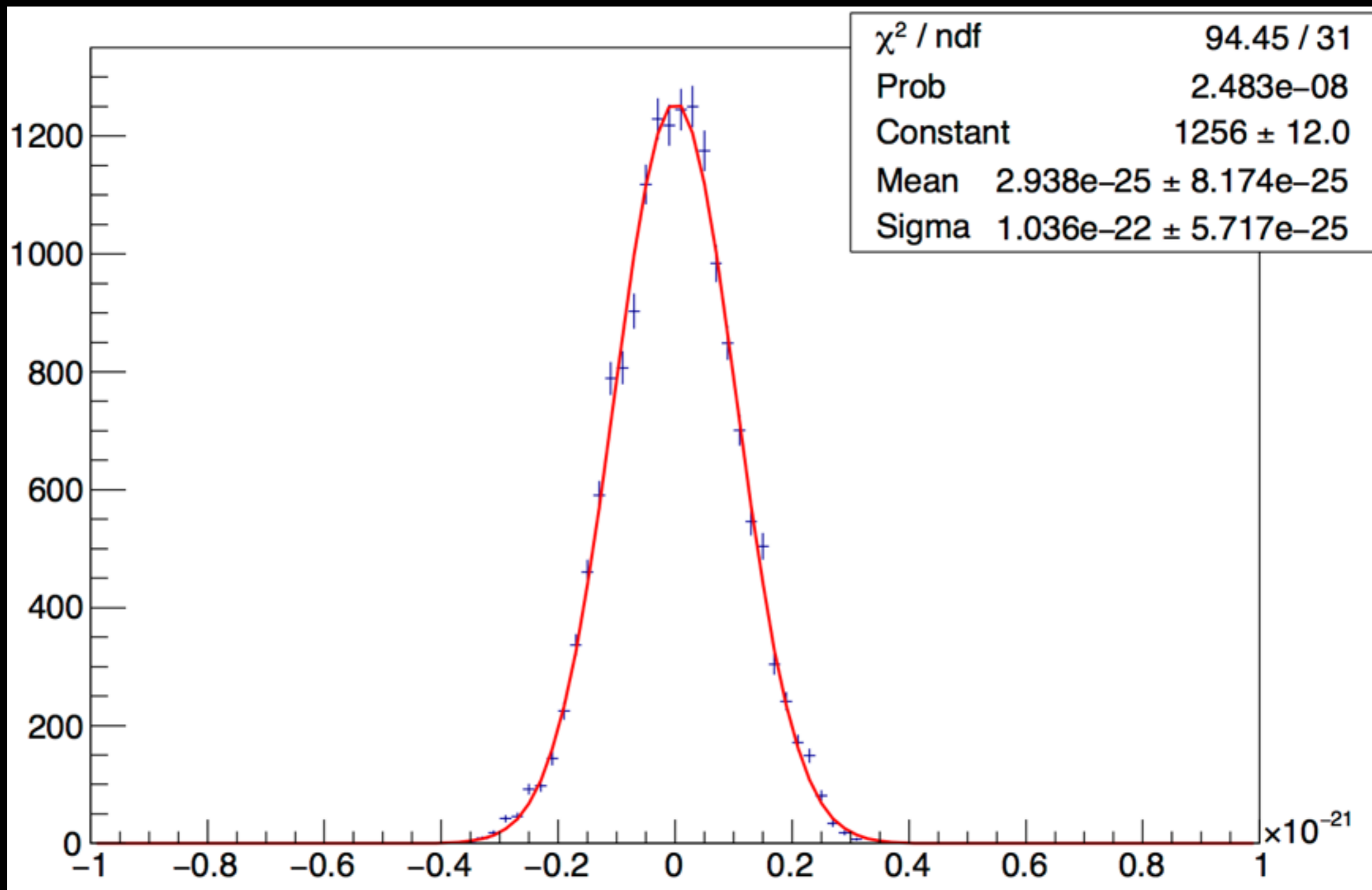
ラインノイズを除いたPSDを
今までと同じ手順で時系列データに

$n(t)$



t(s)

n(t)のヒストグラムとカイ二乗検定



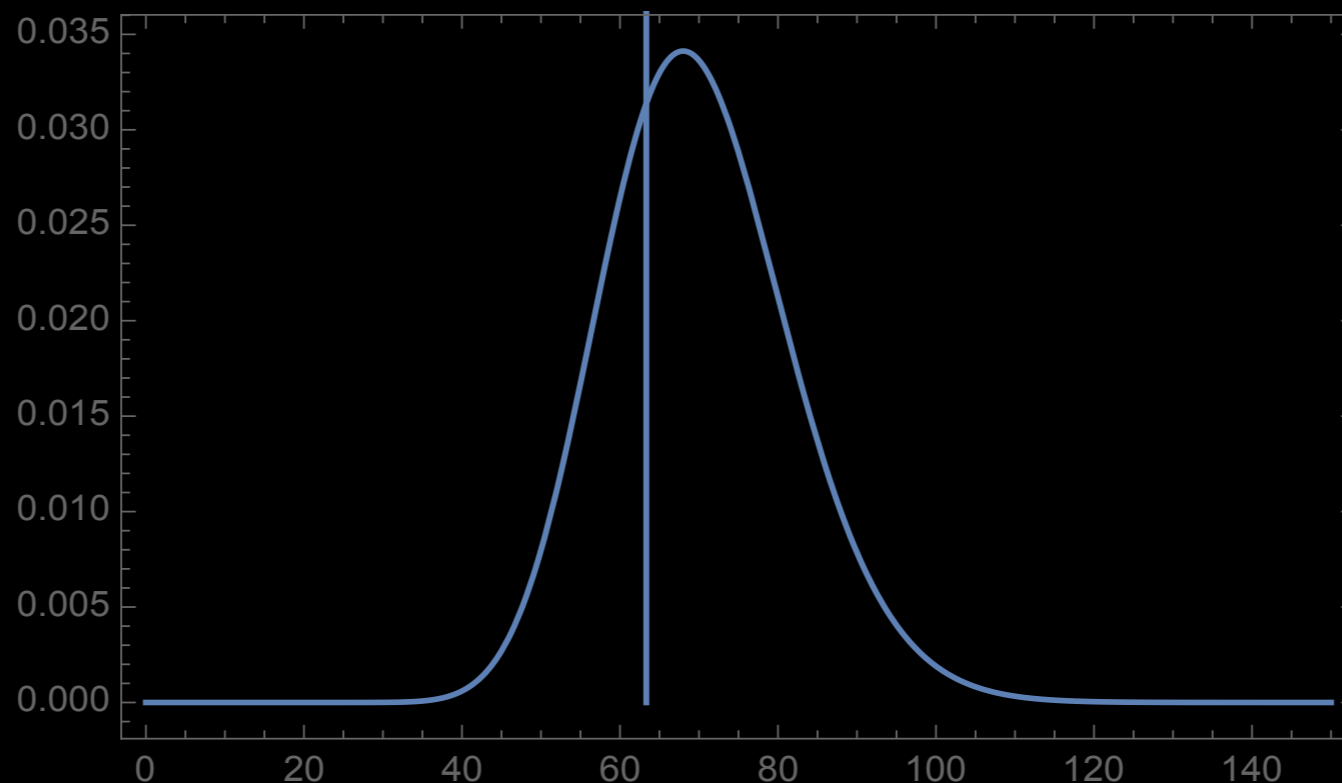
カイ二乗検定

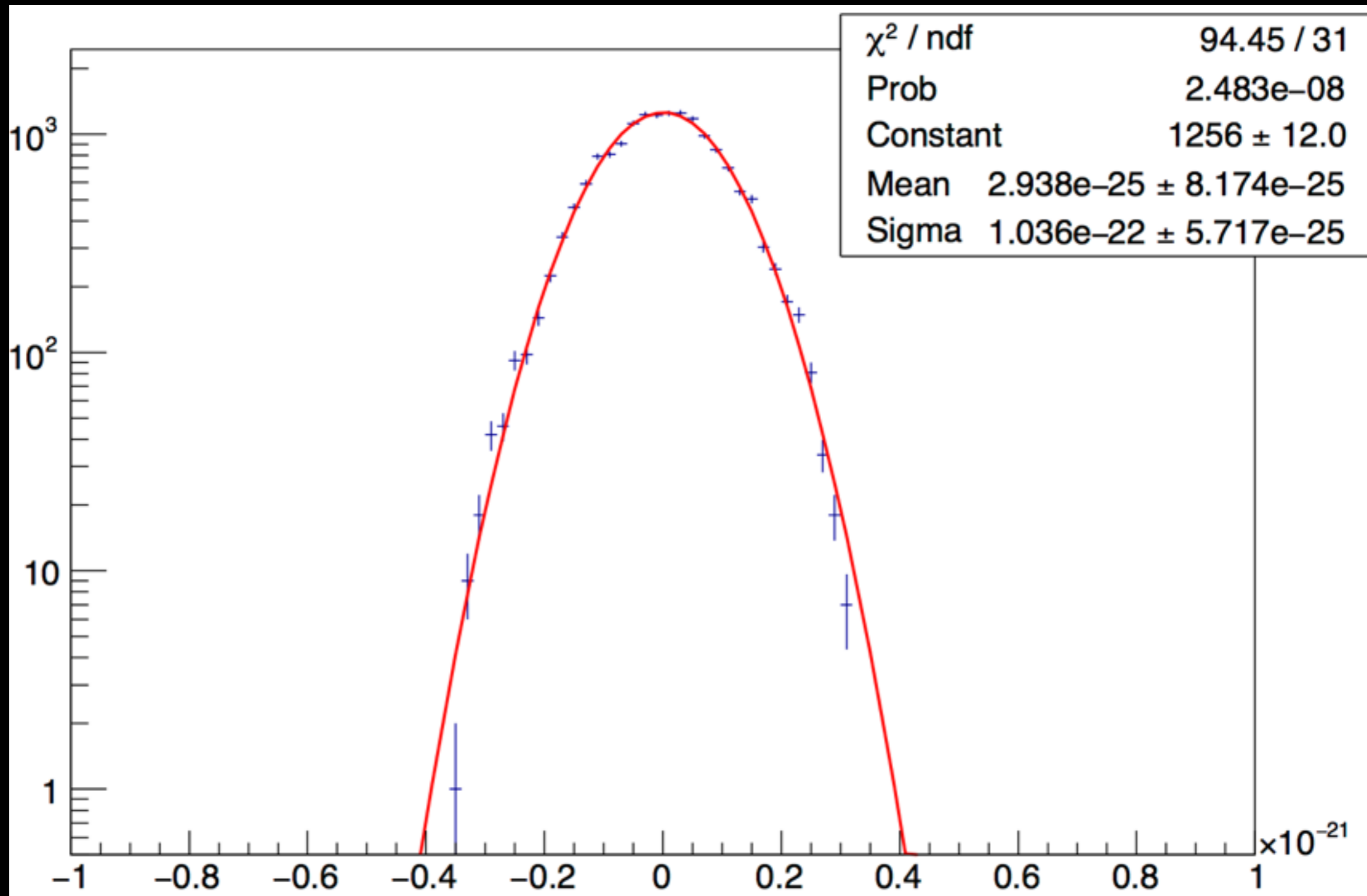
→このガウシアンはどれぐらいの確率で出来るのかを調べる

例：63.33/70

0.7006の確率

自由度70の χ 二乗分布で $x=63.33$ を超える確率は
全体の70.06%である





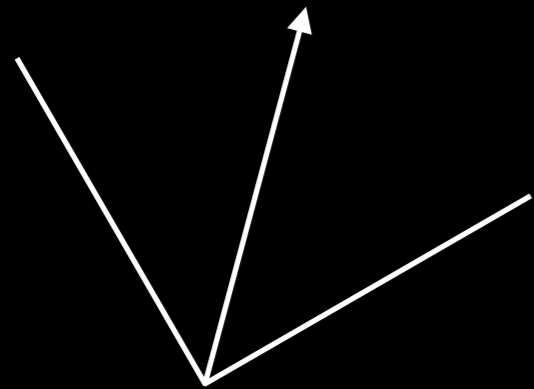
ガウシアンの時系列データができた

どんな波形が来るか？

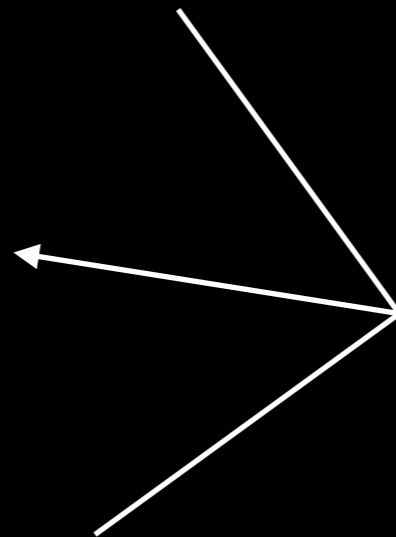
それぞれの検出器の向き

→極東からアームの二等分線までの角度

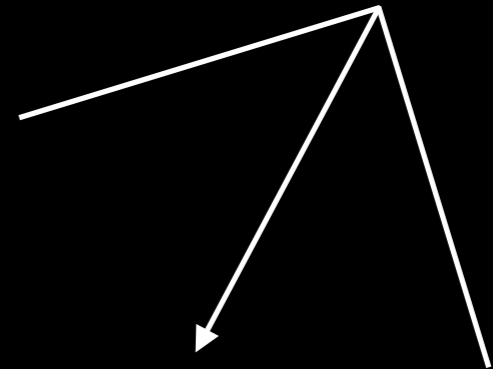
KAGRA 75°



LIGO_H 171°



LIGO_L 242°



KAGRAはLIGO_Lを約180°回転させた向き

→KAGRAに入る波はLIGO_Lと似ているはず

方向決定精度

(1.4,1.4) M_{sun} 、180Mpcの連星中性子星合体の場合

角度分解能 $\delta \Omega$ (Deg²)の中央値

LIGO×2+Virgo

30.25

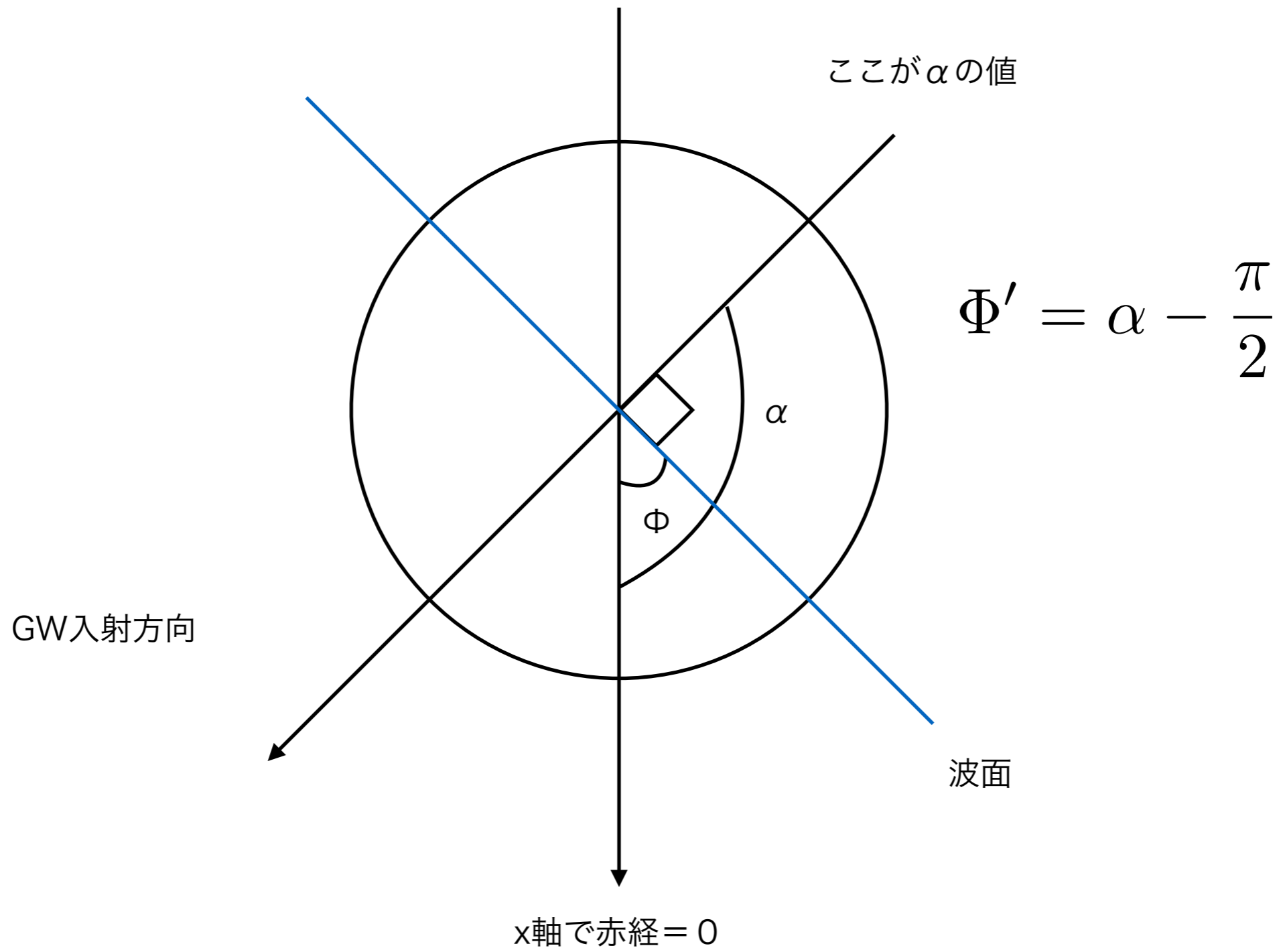
LIGO×2+Virgo+KAGRA

9.5

Ref. J.Veitch et al., PRD85, 104045 (2012)

座標変換の図

上から見ると



真横から見ると

